



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**CENTRO TECNOLÓGICO**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AMBIENTAL**

**LUANA MARIA KIEFER DE ARAUJO**

**PROPAGAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA EM MEIOS ESTRATIFICADOS**

**VITÓRIA**  
**MAIO 2021**

LUANA MARIA KIEFER DE ARAUJO

**PROPAGAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA EM MEIOS ESTRATIFICADOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Ambiental do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. Julio Tomás Quije Chacaltana.

Coorientador: Prof. Dr. Antônio Manoel Ferreira Frasson.

VITÓRIA  
MAIO 2021

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha mãe, Daíze Kiefer de Araujo, pelo incansável esforço para que eu pudesse percorrer essa jornada, obrigada por sonhar meus sonhos junto comigo, sem você nada seria possível.

Agradeço aos meus familiares que me ajudaram direta ou indiretamente durante esse processo, sendo uma base para que eu pudesse chegar até aqui.

Gostaria de agradecer ao Leonardo pela paciência, cuidado, ajuda e incentivo, obrigada por me fazer sentir que tudo é possível.

Agradeço aos meus amigos da vida, que me apoiaram e me incentivaram, acreditando em mim mais do que eu mesma poderia acreditar.

Agradeço aos amigos que fiz durante a graduação, e que tornaram o caminho percorrido mais fácil, leve, e divertido. Vocês me ensinaram que não se faz nada nessa vida sem ajuda.

Aos integrantes do Laboratório de Simulação de Escoamentos com Superfície Livre (LABESUL), principalmente ao Matheus e Felix, pelo total apoio nas horas das dificuldades encontradas.

Ao Prof. Dr. Julio Chacaltana agradeço imensamente, pelo suporte, paciência e todo conhecimento compartilhado, pelos conselhos que levo pra minha vida e para a minha construção como profissional. Ao Prof. Dr. Antônio Frasson agradeço por todos ensinamentos e disposição no processo de aprendizagem.

Agradeço ao Prof. Dr. Carlos Friedrich Loeffler Neto e ao Prof. Dr. André Bulcão pela disponibilidade e por aceitarem fazer parte da banca, contribuindo com o enriquecimento do trabalho desenvolvido.

## RESUMO

Este projeto de Trabalho de Conclusão de Curso aborda o tema de Propagação de Ondas Acústicas em meios estratificados, como é o caso dos lagos, estuários e oceanos. A técnica da Mecânica dos Fluidos é utilizada para deduzir a equação da onda acústica para um meio não homogêneo. É construída uma equação diferencial parcial (EDP) de segunda ordem no espaço e no tempo para a propagação da onda de pressão, onda-P, incluindo um termo fonte para a geração da perturbação do meio a ser propagada. O método de diferenças finitas no domínio do tempo é aplicado para solucionar a EDP da onda-P. É usado um esquema explícito de segunda ordem no tempo e de segunda ordem no espaço. É proposto uma condição de estabilidade para calcular o intervalo de tempo em função da discretização espacial usada para a grade numérica. Na solução numérica, são implementadas as condições de contorno reflexiva e *Absorbing Boundary Conditions* (ABC) de primeira e segunda ordem. O modelo numérico é escrito em linguagem FORTRAN em interface com o OCTAVE para visualização dos resultados. São realizados alguns testes numéricos com problemas de literatura. Finalmente é realizada a propagação de uma onda-P em um caso no oceano real. Os dados obtidos de temperatura e salinidade são do modelo *Hybrid Coordinate Ocean Model* (HYCOM), e utilizados na equação de Mackenzie (1981) para calcular a velocidade do som no meio marinho. Os resultados são gerados e discutidos. O canal SOFAR é capturado no sismograma, mostrando a capacidade do modelo em capturar as ondas refletidas pela estratificação.

**Palavras-chave:** Equação da Onda Acústica, Método das Diferenças Finitas, ABC de Segunda Ordem, Velocidade do Som no Mar.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Relação entre os perfis de temperatura e velocidade do som (XAVIER, 2005). .....	18
Figura 2 - Grade estruturada típica do método das Diferenças Finitas, onde $\Delta x$ e $\Delta y$ representam as distâncias entre os pontos da grade nas direções $x$ e $y$ respectivamente. ....	36
Figura 3 - Representação esquemática das propriedades físicas da pressão ( $P$ ) e das propriedades físicas do meio ( $\Gamma$ ). ....	37
Figura 4 – Solução de 30Hz no domínio do tempo das amplitudes da onda-P em um meio homogêneo com condição de contorno de reflexão completa.....	43
Figura 5 – Solução de 30Hz no domínio do tempo do campo da onda-P em um meio homogêneo para o instante de tempo $t=0,8325s$ com ABC 1D (a) e ABC 2D (b).....	45
Figura 6 – Campos de velocidade simulados com velocidade constante na coluna d'água e fundo (a) e (b).....	47
Figura 7 – Sismogramas referente ao campo de velocidade proposto na figura 6a (a) e 6b (b).....	47
Figura 8 – Variação média da temperatura na costa do Brasil a (a) 0 metros, (b) 20 metros, (c) 100 metros, (d) 1000 metros e (e) 2000 metros para o verão.....	50
Figura 9 – Variação média da salinidade na costa do Brasil a (a) 0 metros, (b) 20 metros, (c) 100 metros, (d) 1000 metros e (e) 2000 metros no verão.....	51
Figura 10 – Perfil de temperatura ao longo da profundidade no Norte (a) e Sul (b) do Brasil .....	52
Figura 11 - Perfil de salinidade ao longo da profundidade no Norte (a) e Sul (b) do Brasil .....	53
Figura 12 - Perfil de velocidade ao longo da profundidade no Norte (a) e Sul (b) do Brasil .....	54
Figura 13 - Variação média da salinidade na costa do Espírito Santo a (a) 0 metros, (b) 20 metros, (c) 100 metros, (d) 1000 metros e (e) 2000 metros no verão.....	56
Figura 14 - Variação média da temperatura na costa do Espírito Santo a (a) 0 metros, (b) 20 metros, (c) 100 metros, (d) 1000 metros e (e) 2000 metros no verão. ....	56

Figura 15 – Perfil de temperaturas ao longo da profundidade na Costa do ES em Latitude 20.24°S e Longitudes 39°W, 36°W, 33°W, 30°W e 27°W. ....	57
Figura 16 – Perfil de salinidades ao longo da profundidade na Costa do ES em Latitude 20.24°S e Longitudes 39°W, 36°W, 33°W, 30°W e 27°W. ....	58
Figura 17– Perfil de velocidades ao longo da profundidade na Costa do ES em Latitude 20.24°S e Longitudes 39°W, 36°W, 33°W, 30°W e 27°W. ....	59
Figura 18 - Perfil de Velocidade na costa do Espírito Santo na Latitude de 24.24°S e seção variando nas Longitudes 39°S a 27°S. ....	61
Figura 19 - Perfil de Temperatura na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S. ....	62
Figura 20 - Perfil de Salinidade na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S ....	62
Figura 21 – Perfil de Velocidade na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S. ....	63
Figura 22 – Sismograma referente ao Perfil de Velocidade na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S. ....	64
Figura 23 - Perfis de velocidade na seção latitudinal entre 20.26°S e 20.29°S nas longitudes 39.04°W (a), 36°W (b), 33.04°W (c), 30°W (d) e 27.04°W (e). ....	66
Figura 24 – Sismogramas referentes aos perfis de velocidade das Figuras 18 (a), (b), (c), (d) e (e). ....	67
Figura 25 - Campos de velocidade MI (a); MII (b); MIII (c); MIV (d); MV (e) e MVI (f) propostos por Santos & Figueiró (2006). ....	79
Figura 26 - Sismogramas sintéticos referentes aos seis modelos sísmicos. (a) M <sub>I</sub> , (b) M <sub>II</sub> , (c) M <sub>III</sub> , (d) M <sub>IV</sub> , (e) M <sub>V</sub> e (f) M <sub>VI</sub> . ....	80

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros utilizados para simulação das ondas com reflexão.....	42
Tabela 2 - Parâmetros utilizados para simulação das ondas-P com ABC 1D e ABC 2D.....	44
Tabela 3 - Parâmetros utilizados para simulação acústica em meio não homogêneo .....	46
Tabela 4 – Parâmetros utilizados para a reconstrução do artigo de dos Santos & Figueiró (2006).....	79

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
2	OBJETIVOS.....	13
2.1	OBJETIVO GERAL.....	13
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	13
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	14
3.1	TEORIA ACÚSTICA.....	14
3.2	PROPAGAÇÃO ACÚSTICA.....	16
3.2.1	Velocidade de Propagação do Som no Oceano.....	17
3.3	MÉTODOS NUMÉRICOS.....	19
3.4	CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	20
4	METODOLOGIA.....	22
4.1	ASPECTOS TERMODINÂMICOS.....	22
4.1.1	Equações das relações de estado de Maxwell para a termodinâmica.....	22
4.1.2	Equações de estado da termodinâmica para $dv$ e $dS$ .....	23
4.1.3	Equação de estado da termodinâmica para $dp$ .....	25
4.2	OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA PARA UM MEIO NÃO HOMOGÊNEO.....	26
4.2.1	O Termo Fonte.....	29
4.3	CONDIÇÕES DE CONTORNO REFLEXIVAS E NÃO-REFLEXIVAS.....	30
4.4	SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EDP DA ONDA-P PELO NUMÉRICO DAS DIFERENÇAS FINITAS.....	35
4.4.1	Método das Diferenças Finitas aplicado à Equação da Onda Acústica em meio heterogêneo.....	38
4.4.2	Método das Diferenças Finitas aplicado às condições de contorno.....	39
4.4.3	Crítério de Estabilidade.....	40
4.5	SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL NO OCEANO.....	40

5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	42
5.1	SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO ACÚSTICA COM REFLEXÕES PURAS ....	42
5.2	CONDIÇÃO DE CONTORNO ABSORVENTE (ABC) 1D E 2D .....	44
5.3	SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO ACÚSTICA EM UM MEIO NÃO HOMOGENEO.....	45
5.4	SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL.....	48
5.4.1	HYCOM: Temperatura, Salinidade e Velocidade do Som na Costa do Brasil	49
5.4.2	HYCOM: Temperatura, Salinidade e Velocidade do Som na Costa do Espírito Santo.....	55
5.4.3	Simulação da propagação da onda acústica para um perfil de Velocidade real na Costa do ES.....	60
6	CONCLUSÕES.....	68
	REFERÊNCIAS.....	69
	APÊNDICE A.....	73
	APÊNDICE B.....	75
	APÊNDICE C .....	77
	APÊNDICE D .....	78

## 1 INTRODUÇÃO

O estudo da propagação acústica no oceano analisa além da propagação do som no mar, os fenômenos acústicos de interferência, que ocorrem devido à estratificação do meio (JENSEN, KUPERMAN *et al.*, 1994).

Uma das propriedades mais importantes dos oceanos, como meio de propagação das ondas acústicas, é a alta sensibilidade à propagação acústica, com frequências na faixa de 1Hz a 20kHz que diferentemente das ondas eletromagnéticas (frequências na faixa de 1Hz a  $10^{24}$ Hz), permitem o mapeamento do fundo marinho e a obtenção de dados que permitem o estudo do meio oceânico. Outra característica que difere as ondas acústicas das ondas eletromagnéticas é a sua capacidade de percorrer grandes distâncias em ambientes aquáticos, chegando a centenas de quilômetros. Essas características alavancam o interesse prático do estudo da propagação das ondas acústicas no oceano (RODRÍGUEZ, 1995; COSTA & MEDEIROS, 2015).

Após a Primeira Guerra Mundial o estudo da propagação da onda acústica no ambiente marinho começou a apresentar grande relevância, devido à necessidade de um sistema que detectasse a presença de submarinos inimigos, mas foi com o início da Segunda Guerra Mundial que o uso da acústica submarina se tornou massivo, a partir do uso do equipamento “Sound Navigation and Ranging” (SONAR) (BOBBER, 1972).

Posteriormente, a acústica marinha tornou-se importante para o uso comercial, com o desenvolvimento de equipamentos de transmissão, que realizavam uma varredura do fundo do oceano. Sua aplicação foi aumentando e se diversificando, e a acústica submarina passou a ser usada para a detecção de objetos (icebergs, minas, submarinos) e exploração em busca de riquezas, como reservatórios de petróleo e gás, que se tornaram a fonte energética após a Segunda Guerra Mundial (MEDWIN & CLAY, 1998).

A medição de correntes, vazões e concentrações de sedimentos pelo Perfilador Acústico Doppler de Correntes (ADCP) é um exemplo prático do desenvolvimento de tecnologias envolvendo a acústica, que também está relacionada ao mapeamento

de fundo e sub-fundo marinho, identificação de cardumes, e navegação (COSTA, 2014).

Munk (1989) propôs a utilização de ondas acústicas com baixa frequência e longo alcance nos oceanos, como um meio de monitorar as mudanças climáticas globais à longo prazo. Já Nystuen *et al.* (1988), mostra que a acústica é a base dos métodos de sensoriamento remoto utilizados para estimar condições climáticas, como a frequência de chuvas no oceano.

O estudo da sísmica tem uma ampla gama de aplicações e é uma grande ferramenta na visualização de processos deposicionais, como descontinuidades geológicas, falhas e fraturas, por meio das reflexões e refrações da onda acústica, que ocorrem devido à essas descontinuidades e das propriedades físicas existentes no substratos, que interferem na velocidade da propagação da onda (KEAREY *et al.*, 2002).

Dentre os campos de pesquisa na área acústica pode-se citar o estudo dos impactos gerados pelos ruídos subaquáticos, provenientes das atividades antropogênicas como trânsito de navios e embarcações bem como explosões no ambiente aquático para remoção de estruturas ou atividades de construção, que possuem potenciais impactos no meio ambiente e ecossistema marinho, principalmente nos mamíferos (CORREA, 2008; RICHARDSON & WÜRSIG, 1995; SANTOS *et al.*, 2010).

No início da década de 70, a partir do progresso das ferramentas computacionais, a capacidade de cálculo teve um aumento, dando início ao desenvolvimento de modelos numéricos que puderam ser aplicados ao estudo da propagação acústica no oceano. Os modelos acústicos submarinos têm como objetivo principal simular, em diferentes situações, a propagação da onda acústica, predizendo as características mais importantes desse fenômeno. Entretanto, esses modelos possuem limitações em sua aplicação, que podem estar relacionadas com as geometrias complexas presentes no ambiente marinho, que dificultam a descrição do meio em questão, bem como a necessidade de implementar critérios de estabilidade para mitigar a dispersão numérica (RODRÍGUEZ, 1995).

A proposta desse trabalho é desenvolver um código numérico no domínio do tempo para avaliar as mudanças que ocorrem no comportamento da propagação da onda

acústica no oceano, que possui a característica de ser estratificado, através da simulação numérica e registro dos dados adquiridos.

É realizada a resolução numérica da equação da onda de pressão (P) de segunda ordem, através do esquema das diferenças finitas de segunda ordem no espaço e no tempo. Foi aplicado um método explícito, onde deve ser satisfeito um critério de estabilidade, mas o esquema de diferenças finitas se mostra simples e objetivo no tratamento numérico da equação diferencial parcial da onda acústica e na construção de condições de contorno não reflexivas, que serão utilizadas neste trabalho para que os contornos se comportem como abertos e a onda acústica se propague livremente, sem reflexões.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um código numérico no domínio do tempo da equação da onda acústica, com o intuito de avaliar o comportamento da propagação da onda acústica no oceano, através da construção de imagens sísmicas.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Aplicar os fundamentos da mecânica dos fluidos e da termodinâmica na obtenção da equação da onda acústica;
- Aplicar os fundamentos do Método Numérico das Diferenças Finitas para solucionar a equação da onda acústica em meio heterogêneo;
- Implementar condições de contorno reflexivas e absorventes;
- Desenvolver código em linguagem FORTRAN e OCTAVE;
- Aplicar o modelo numérico a um problema de propagação de onda a uma seção transversal no oceano.

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 TEORIA ACÚSTICA

A onda acústica é um distúrbio mecânico que se propaga através de um fluido compressível como a água no oceano e o ar na atmosfera. A onda acústica pode ser identificada como uma onda de pressão, que possui uma magnitude muito menor do que a pressão ambiente (MEDWIN & CLAY, 1998).

As ondas acústicas são formadas pela variação da pressão ou da velocidade das moléculas do meio no qual o som se propaga e estas ondas vão se originar pela energia transmitida através da colisão das moléculas do meio, uma contra as outras, caracterizando as ondas acústicas como ondas mecânicas longitudinais. Portanto, o som pode ser representado por uma série de compressões e rarefações do meio em que se propaga, a partir de sua geração por uma fonte sonora (GERGES, 1992). Na transmissão de energia que caracteriza a onda acústica como sendo uma onda mecânica, não há um deslocamento permanente de moléculas, não havendo a transferência de matéria.

De acordo com Costa (2014), pode-se comparar de forma pitórica a transmissão de energia por meio de ondas sonoras com um evento onde há objetos flutuando em um lago com águas calmas. Ao atirar uma pedra no lago, ou seja, ao gerar uma onda sonora, a mesma irá provocar uma perturbação que irá ocasionar ondas que fazem os objetos no lago se deslocarem apenas verticalmente, com movimento transversal a direção de propagação da energia, sem serem levados por tais ondas. A taxa de oscilação da flutuação dos objetos é conhecida como frequência e é dada em ciclos por segundo, em Hertz (Hz).

O estudo da acústica pode ser dividido em duas vertentes: a primeira vertente diz respeito ao “problema direto”, onde as propriedades do oceano são conhecidas, sendo possível simular a propagação da onda acústica. A segunda vertente é dada pelo “problema inverso”, comumente conhecido por tomografia acústica, onde a propagação da onda acústica no tempo e espaço é utilizada para aferir os parâmetros e propriedades físicas do meio de propagação nos oceanos (MEDWIN & CLAY, 1998).

No que se diz respeito ao problema inverso, o som pode ser descrito como ativo, quando o mesmo é gerado por uma fonte e posteriormente resgatado, podendo ser utilizado para o estudo de parâmetros físicos e processos no oceano, ou como passivo, quando o som é natural do meio onde está sendo medido, utilizado para estudos envolvendo identificação de espécies e seus comportamentos ou outras fontes emissoras de origem natural (não provocadas diretamente pela ação humana, como abalos sísmicos) (URICK, 1979).

A acústica pode ser usada em diversas atividades e apresenta uma ampla gama de aplicações. Kearey *et al.* (2002) mostram que o estudo da propagação da onda acústica vai além de estudo geológicos, estando presente também em investigações nas áreas de engenharia, arqueologia e medicina. Na oceanografia costeira e marinha, engenharia costeira e hidráulica marítima, encontra-se tecnologias envolvendo diretamente a acústica, que pode ser utilizada através do *Acoustic Doppler Current Profiler* (ADCP) para a medição de correntes, vazões e concentrações de sedimentos, ou nos sistemas de comunicação para mergulhadores, ecobatímetros e sonares para mapeamento topográfico do relevo submarino (COSTA, 2014).

Além disso, o estudo da acústica possui aplicação na exploração de aquíferos, atividades navais, localização de cardumes e em pesquisas para a sondagem dos oceanos, buscando informações sobre objetos na coluna d'água, no fundo do mar e nos sedimentos (KEAREY *et al.*, 2002; RICHARDSON *et al.*, 1995).

A metodologia sísmica se destaca quando comparada a outras metodologias, sendo a mais detalhada e de maior importância, devido a sua grande utilização prática no estudo da propagação da onda acústica e consiste na geração de energia, que se propaga sob a forma de ondas acústicas na crosta terrestre. O objetivo da aquisição de dados sísmicos é reconhecer e mapear as estruturas geológicas de subsuperfície do fundo do mar, baseados nas propriedades físicas das rochas. Tal atividade é amplamente utilizada pela indústria de petróleo e gás e tem a finalidade de identificar as estruturas geológicas que possam conter acumulações de combustível fóssil (carvão, óleo e gás) em condições e quantidades que permitam o seu aproveitamento econômico (IBAMA, 2003).

Para que haja o conhecimento da propagação acústica nos oceanos é de extrema importância estudar as propriedades físicas da água do mar, bem como o conhecer o comportamento da velocidade do som na água (MEDWIN & CLAY, 1998).

### 3.2 PROPAGAÇÃO ACÚSTICA

As ondas acústicas se originam a partir de vibrações no meio material em que vão se propagar, emanadas de uma fonte pontual ou não. Essas ondas se espalham e se dissipam conforme se afastam de sua fonte. Nos oceanos, as características do som propagado dependerão das características da fonte, da distância entre a fonte e o receptor e do ambiente intermediário.

A fonte acústica pode ser representada por uma superfície vibrante. Superfícies sólidas podem vibrar e produzir excitações na água ou no ar, gerando uma onda sonora, que também podem ser geradas em todo o processo que envolve flutuações de pressão (COSTA, 2014).

À medida que a distância entre a fonte e o receptor aumenta, os fatores ambientais tornam-se mais importantes na definição das características da onda acústica. Se as propriedades do oceano fossem mais ou menos constantes e o oceano fosse ilimitado em extensão, as ondas sonoras emanadas de uma fonte pontual se espalhariam ou se propagariam de maneira esférica em expansão. Mas o oceano não é constante, variando em profundidade, temperatura, salinidade, topografia do fundo e condições de superfície (RICHARDSON *et al.*, 1995).

Porém, obstáculos na trajetória da onda e gradientes de temperatura ao longo do caminho dificultam a propagação do som. Quando o som encontra um obstáculo, ocorre a difração ou reflexão da onda, dependendo das dimensões do obstáculo em relação ao comprimento de onda do campo de ondas incidente, nesse fenômeno a onda se curva em torno do obstáculo. A onda acústica também está sujeita a incidir sobre uma superfície de contorno, onde ocorre a reflexão, ou ainda se propagar para um meio onde a velocidade é diferente, mudando então de direção e resultando na refração (MEDWIN & CLAY, 1998).

Quando a onda encontra obstáculos menores que seu comprimento de onda, não sofre efeitos em sua trajetória, mas caso o obstáculo seja parecido com seu comprimento de onda, ocorrerá uma interferência. A onda acústica só será impedida

de se propagar caso se coloquem barreiras perto da fonte com dimensões maiores que três vezes o comprimento da onda do som propagado (COSTA, 2014).

A propagação do som é matematicamente descrita pela equação da onda, que é o ponto inicial do desenvolvimento da teoria física da propagação acústica e cujos parâmetros e condições de contorno descrevem o meio oceânico. A teoria física da propagação acústica se dá a partir da implementação dos métodos com os quais a pressão sonora é calculada a partir da definição da distribuição inicial da mesma. As condições iniciais, indispensáveis em todos os problemas, se referem aos distúrbios específicos que provocam a propagação acústica e as condições de contorno são determinadas pela geometria do meio. Visto que grande parte das equações é muito complexa para serem resolvidas analiticamente, a depender da geometria do problema e da variação das propriedades do meio em questão, suas soluções são obtidas de forma aproximada, mas suficientes para que se possam fazer previsões confiáveis. O principal parâmetro considerado na propagação da onda acústica é a velocidade de propagação e densidade do meio, que vai depender das propriedades físicas do meio, sendo variável em cada ponto do meio oceânico e em cada instante de tempo, devido à dinâmica do ambiente marinho (CORREA, 2008).

### **3.2.1 Velocidade de Propagação do Som no Oceano**

A propagação das ondas acústicas no oceano é unicamente afetada pela velocidade do som,  $c$ , que é uma função da massa específica e do módulo de compressibilidade. A massa específica é função da temperatura, salinidade e profundidade e apresenta um valor em torno de 1500 m/s na água do mar, sendo este valor relativamente constante em todos os oceanos. Outra propriedade que influencia na propagação acústica são as variações de densidade, mas podem ser desconsideradas em toda a coluna de água no oceano, pois suas variações são muito pequenas (BUCKINGHAM, 1992).

Verticalmente, o oceano pode ser dividido em três partes que são influenciadas pelas propriedades que atuam na velocidade da propagação das ondas acústicas. A primeira camada é a superficial (camada de mistura ou isotermal), que se prolonga até 200 metros de profundidade e apresenta forte homogeneidade de temperatura e

salinidade. A segunda camada é a camada intermediária (termoclina), localizada entre 200 e 1000 metros de profundidade e possui grandes gradientes verticais de temperatura. Por fim, a terceira camada é a mais profunda, localizada entre os 1000 metros até o fundo do mar, e nessa camada as propriedades variam lentamente com a profundidade (CARVALHO & OLIVEIRA, 2014).

A variação da velocidade do som com a profundidade no oceano é conhecida como perfil de velocidade do som e pode ser construído a partir da medição da temperatura e salinidade da água para diferentes valores da profundidade. As variações longitudinais da velocidade das ondas acústica no oceano costumam ser menores do que as variações verticais em profundidade, permitindo fazer a aproximação analítica e com grande precisão do perfil de velocidade (RODRÍGUEZ, 1995).

A distribuição dos perfis de velocidade varia de oceano para oceano e em relação às diferentes estações do ano. Um perfil de velocidade do som (figura 1-b) é extremamente dependente do perfil de temperatura (figura 1-a) (COSTA, 2014).

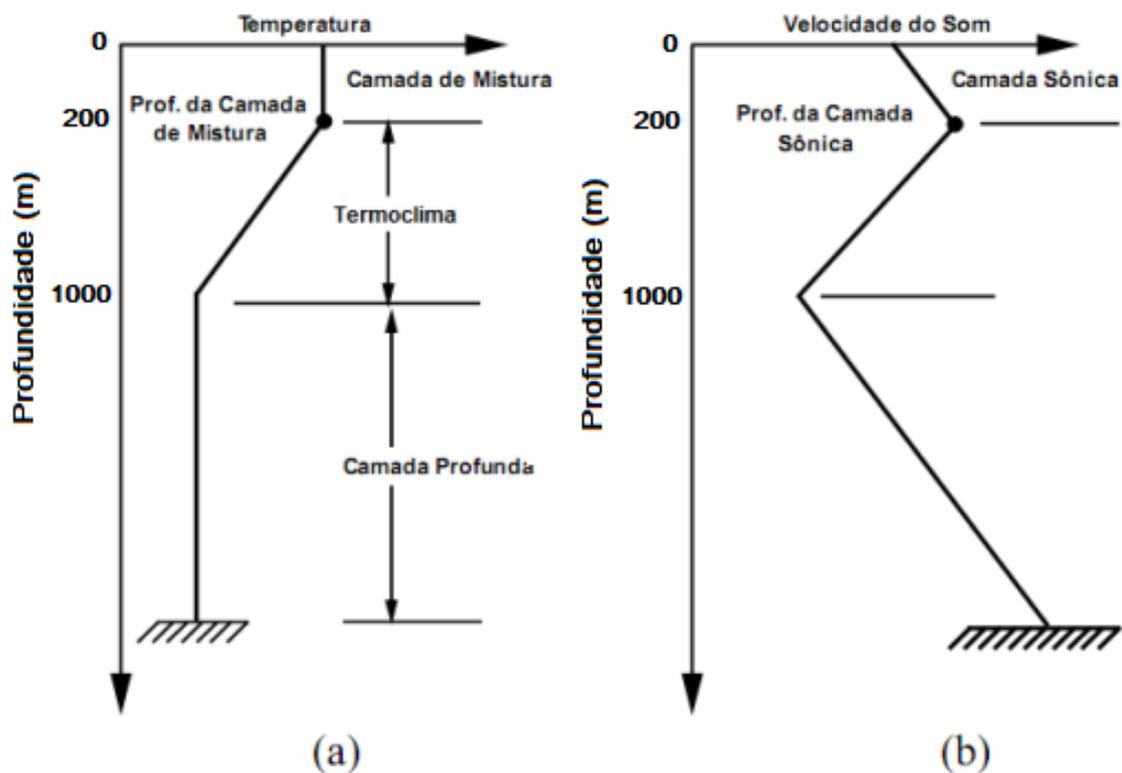


Figura 1 - Relação entre os perfis de temperatura e velocidade do som (Adaptado de XAVIER, 2005).

Mackenzie (1981) desenvolveu uma expressão empírica para expressar a velocidade do som em função das propriedades do oceano, dada pela equação (1) abaixo:

$$c = 1448,96 + 4,591T - 0,05304T^2 + 2,374 \times 10^{-4}T^3 + 1,340(S - 35) + 0,0163z + 1,675 \times 10^{-7}z^2 - 0,01025T(S - 35) - 7,139 \times 10^{-13}Tz^3 \quad (1)$$

onde  $c$  é dado em m/s,  $T$  é a temperatura do oceano em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $S$  representa a salinidade dada em unidade de salinidade prática (PSU) e  $z$  é a profundidade em metros (m). Essa equação é válida para profundidades de até 8000m, temperaturas entre  $-2^{\circ}\text{C}$  e  $30^{\circ}\text{C}$  e para salinidades entre 25 e 40‰ (BUCKINGHAM, 1992).

Com a equação (1) pode-se observar que a velocidade do som aumenta com o aumento de qualquer um dos parâmetros, porém a temperatura se mostra como fator dominante (COSTA & MEDEIROS, 2015).

O perfil de velocidade do som é bem atenuado em profundidades intermediárias, a temperatura diminuirá rapidamente nos primeiros 1000 m, onde a velocidade do som decai com a temperatura. Nas regiões mais profundas, abaixo dos 1000 m as mudanças de temperatura são muito pequenas, fazendo com que a velocidade do som seja determinada pelo aumento da pressão, aumentando a velocidade (TOMCZAK, 2003). Esse comportamento é característico do Canal em Profundidade ou SOund Fixing and Ranging (SOFAR), que é típico das águas profundas e uma consequência do formato que o perfil de velocidade do som adquire. (URICK, 1979).

Em relação a salinidade, as mudanças verticais são pequenas comparadas com a pressão, fazendo com que a influência sobre a velocidade do som seja baixa, portanto, caso a velocidade seja baixa, o valor da salinidade será baixo, tendo o contrário como correto (TOMCZAK, 2003).

### 3.3 MÉTODOS NUMÉRICOS

Devido ao advento da capacidade de processamento dos computadores, foi possível a realização de simulações do comportamento dos sistemas reais, com alto grau de

complexidade, por meio de algoritmos adequados, que possibilitam previsões com diversos graus de aproximação (CORREA, 2008).

Os métodos numéricos vêm sendo cada vez mais utilizados na solução de problemas reais em diferentes áreas, dentre elas a engenharia e geofísica, sendo uma importante ferramenta para investigar com maior precisão diferentes fenômenos físicos em diferentes meios e vem sendo bastante empregada em problemas relacionados com a sísmica de prospecção, que usa a modelagem da onda acústica como embasamento teórico (SANTOS, 2012).

A evolução dos métodos numéricos, especialmente o Método das Diferenças Finitas (MDF) que é pioneiro na resolução das equações diferenciais ordinárias e parciais, começou por volta da virada do século. A modelagem numérica esta intimamente ligada à invenção do computador digital (por Atanasoff no final dos anos 1930) e foi usado quase desde o início para resolver problemas de dinâmica de fluidos, porém apenas nos anos 1960, com o aumento do desempenho dos computadores que os modelos computacionais alavancaram (ANDERSON *et al.*, 1997).

O MDF é uma poderosa abordagem numérica que tem sido usada em aplicações de ciência e engenharia onde a solução analítica não é possível, possuindo vantagem por ser comparativamente mais simples e econômico em relação a outros métodos numéricos. Atualmente, o método das Diferenças Finitas no domínio do tempo (*Time-Domain Finite-Difference*) é o mais popular, devido a sua precisão, eficiência e codificação simples (AJO-FRANKLIN, 2005).

### 3.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

A aplicação de métodos de solução discreta para cálculos envolvendo a propagação de onda geram problemas como a presença de reflexões quando as ondas atingem os contornos. Essas reflexões são indesejadas caso o domínio do problema seja muito grande em relação ao domínio de estudo, pois acabam por mascarar os sinais sísmicos reais que se propagam na região modelada (CERJAN *et al.*, 1985).

As condições de contorno de radiação ou absorção possuem a propriedade de fazer com que as ondas que se propagam do interior do domínio para o contorno atravessem a fronteira sem reflexões, simulando limites abertos artificiais, permitindo que as ondas acústicas se propaguem livremente, reduzindo o domínio computacional (BROEZE & VAN DAALEN, 1992).

No final dos anos 70, as condições de contorno não reflexivas denominadas *Absorbing Boundary Conditions* (ABC) foram introduzidas por Clayton & Engquist (1997), baseadas na resolução da equação da onda nos contornos do domínio, permitindo que a onda se propague para fora do domínio sem reflexões (MOREIRA *et al.*, 2014).

Essa abordagem é relativamente bem sucedida, pelo fato de ser uma solução específica para a equação da onda, atuando de forma eficaz para ondas com baixo grau de incidência em relação ao eixo normal do domínio, porém, possui como limitação a incidência oblíqua das ondas (ZENG & LIU, 2001).

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 ASPECTOS TERMODINÂMICOS

#### 4.1.1 Equações das relações de estado de Maxwell para a termodinâmica

Para se construir um sistema fechado entre as equações de Navier-Stokes e a equação da Energia, as incógnitas envolvidas são identificadas e as relações de estado de Maxwell para a termodinâmica são determinadas seguindo o procedimento de Batchelor (2000).

A Energia livre de Gibbs é dada pela equação (2) abaixo:

$$G = U - TS + Pv \quad (2)$$

Para a obtenção da derivação da equação da Energia livre de Gibbs parte-se da equação da Energia Interna representada por (3):

$$\Delta U = \delta Q + \delta W \quad (3)$$

Onde  $\Delta U$ ,  $\delta Q$  e  $\delta W$  representam a energia interna do sistema, a quantidade de calor que entra no sistema e o trabalho realizado pelo sistema, respectivamente.

Na equação da Energia Interna, o trabalho realizado pelo sistema ( $\delta W$ ) será representado pela compressibilidade do fluido para um volume infinitesimal, que é dada pela variação do volume específico ( $\delta v$ ) devido à pressão ( $P$ ), sendo assim:

$$\delta W = -P\delta v \quad (4)$$

E, a entrada da quantidade de calor no fluido ( $\delta Q$ ) é dada pela variação da entropia do fluido ( $\delta S$ ) devido à temperatura ( $T$ ), sendo assim:

$$\delta Q = T\delta S \quad (5)$$

Assim, a equação da Energia Interna (3) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta U = T\delta S - P\delta v \quad (6)$$

Analisando a equação da Energia livre de Gibbs, pode-se obter sua forma derivada lembrando que  $\delta(TS) = T\delta S + S\delta T$  e  $\delta(Pv) = P\delta v + v\delta P$ , assim:

$$\Delta U = T\delta S - P\delta v \quad (7)$$

$$\Delta U = [\delta(TS) - S\delta T] - [\delta(Pv) - v\delta P] \quad (8)$$

$$\Delta U - \delta(TS) + \delta(Pv) = -S\delta T + v\delta P \quad (9)$$

$$\Delta(U - TS + Pv) = -S\delta T + v\delta P \quad (10)$$

Dessa forma, a derivada da equação da Energia livre de Gibbs é dada por (11):

$$\Delta G = -S\delta T - v\delta P \quad (11)$$

Pode-se construir uma equação para a entropia (com pressão constante) e uma equação para o volume específico (com temperatura constante), sendo assim:

$$-S = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P, v = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T \quad (12)$$

Aplicando a segunda derivada na equação (12), derivando pela pressão a equação da entropia e derivando pela temperatura a equação do volume específico, tem-se:

$$\frac{-\partial S}{\partial P} = \frac{\partial^2 G}{\partial P \partial T}, \frac{\partial v}{\partial T} = \frac{\partial^2 G}{\partial T \partial P} \quad (13)$$

Temos assim a equação da relação do estado de Maxwell para a Energia Livre de Gibbs, dada por:

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \quad (14)$$

Onde os sub índices  $T$  e  $P$  representam as propriedades que se mantêm constantes, neste caso, a temperatura e a pressão, respectivamente.

#### 4.1.2 Equações de estado da termodinâmica para $dv$ e $dS$

Para a construção das equações de estado da termodinâmica para o volume específico ( $dv$ ) e para a entropia ( $dS$ ) considera-se que o fluido é divariante, assim, podemos expressar uma propriedade termodinâmica como função de outras duas propriedades termodinâmicas. Sendo assim, atribuiu-se a dependência da temperatura ( $T$ ) e da pressão ( $P$ ) para a equação de estado de  $dv$  (15) e  $dS$  (16). Portanto:

$$v = v(T, P) \quad (15)$$

$$S = S(T, P) \quad (16)$$

Dessa forma, o diferencial de cada variável termodinâmica pode ser escrito como:

$$dv = \frac{\partial v}{\partial T} dT + \frac{\partial v}{\partial P} dP \quad (17)$$

$$dS = \frac{\partial S}{\partial T} dT + \frac{\partial S}{\partial P} dP \quad (18)$$

onde a derivada parcial deve ser entendida de sua forma usual.

Para resolver uma equação de estado devem ser atribuídas as propriedades termodinâmicas para os termos da equação, de forma que possam ser aplicadas na equação da Onda Acústica. Neste caso as propriedades termodinâmicas são definidas por:

$$\alpha_p = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P, \beta_T = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_T, c_p = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P \quad (19)$$

onde  $\alpha_p$  é o coeficiente de expansão volumétrica à pressão constante,  $\beta_T$  é a compressibilidade isotérmica,  $c_p$  é o calor específico à pressão constante e  $v$  é o volume específico, definido como  $v = \frac{1}{\rho}$ .

A equação de estado para  $dv$  pode ser reescrita como:

$$dv = \frac{v}{v} \frac{\partial v}{\partial T} dT + \frac{v}{v} \frac{\partial v}{\partial P} dP \quad (20)$$

Para a equação de estado de  $dv$  são atribuídas às propriedades termodinâmicas  $\beta_T$  e  $\alpha_p$ . Sendo assim temos que  $dv$  assumirá a seguinte forma:

$$dv = v\alpha_p dT - v\beta_T dP \quad (21)$$

Analogamente, a equação de estado para  $dS$  pode ser expressa como:

$$dS = \frac{\partial S}{\partial T} dT + \frac{v}{v} \frac{\partial S}{\partial P} dP \quad (22)$$

É aplicada no segundo termo do lado direito da equação a relação de estado de Maxwell da Energia Livre de Gibbs onde  $-\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$ . Sendo assim a equação de estado para  $dS$  assume a seguinte forma:

$$dS = \frac{\partial S}{\partial T} dT - \frac{v}{v} \frac{\partial v}{\partial T} dP \quad (23)$$

Neste caso são atribuídas as propriedades termodinâmicas  $c_p$  e  $\alpha_p$ , portanto:

$$dS = c_p dT - v \alpha_p dP \quad (24)$$

#### 4.1.3 Equação de estado da termodinâmica para $d\rho$

Para a construção da equação de estado para a massa específica ( $d\rho$ ) é considerado que se trata de um fluido divariante, sendo assim uma propriedade termodinâmica pode ser expressa como função de outras duas propriedades termodinâmicas, neste caso, a pressão ( $P$ ) e a entropia ( $S$ ). As equações de estado para a massa específica e para a temperatura podem ser expressas como:

$$\rho = \rho(P, S) \quad (25)$$

Portanto, o diferencial de (25) é dado por:

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial P} dP + \frac{\partial \rho}{\partial S} dS \quad (26)$$

Para atribuir as propriedades termodinâmicas posteriormente, pode-se reescrever a equação para  $d\rho$  do seguinte modo:

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial P} dP + \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial S} dS \quad (27)$$

onde  $\frac{\partial \rho}{\partial T}$  a pressão constante, pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{1}{v} \right) = -\frac{1}{v^2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right) \quad (28)$$

Assim:

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial P} dP - \frac{1}{v^2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right) \frac{T}{T} \frac{\partial T}{\partial S} dS \quad (29)$$

Para resolver uma equação de estado são atribuídas propriedades termodinâmicas para os termos da equação, para serem aplicadas na equação da Onda Acústica. Para a equação de estado de  $d\rho$  são atribuídas às propriedades termodinâmicas de velocidade de propagação do som,  $\alpha_p$ ,  $c_p$ . De acordo com Henke (2015), considera-se que:

$$c^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S \quad (30)$$

onde  $c$  é a velocidade do som.

Sendo assim  $d\rho$  assume a seguinte forma:

$$d\rho = \frac{1}{c^2} dP - \frac{\alpha_p T}{v c_p} dS \quad (31)$$

Derivando toda a equação para  $d\rho$  no tempo, tem-se:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{c^2} \frac{DP}{Dt} - \frac{\alpha_p T}{v c_p} \frac{DS}{Dt} \quad (32)$$

## 4.2 OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA PARA UM MEIO NÃO HOMOGÊNEO

Durante a propagação da onda acústica as partículas que compõe o meio sofrem pequenos deslocamentos oscilatórios, e a onda se propaga como uma onda de pressão (CHACALTANA *et al.*, 2015).

A equação da onda acústica que se propaga como uma onda de pressão em um fluido compressível pode ser deduzida inicialmente a partir das equações de conservação da massa, momentum e energia, e da equação de estado para a massa específica, fornecidas respectivamente pelas equações (33), (34), (35) e (36)

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (33)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} + \nabla P = \rho \vec{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (34)$$

$$\rho T \frac{DS}{Dt} = -\nabla \cdot \vec{q} + \boldsymbol{\sigma} : \nabla \vec{u} \quad (35)$$

$$\rho = \rho(S, T) \quad (36)$$

Onde  $\frac{DQ}{Dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla(Q)$  é o operador da derivada material no tempo e  $\nabla$  é o operador nabla ou operador diferencial vetorial. As variáveis físicas escalares  $\rho, P, S$  e  $T$  representam a massa específica, pressão, entropia e temperatura, respectivamente. E as variáveis vetoriais  $\vec{u}, \vec{g}$  e  $\vec{q}$  representam a velocidade, aceleração devido à gravidade e a Lei de Fourier ( $\vec{q} = \lambda \nabla T$ ). Para um fluido Newtoniano, o tensor das tensões é dado por  $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}$ . Assumindo a hipótese de Stokes para um meio newtoniano, tem-se que  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor cisalhante dado por (BATCHELOR, 2002):

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left( \nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \mathbf{I} \right) \quad (37)$$

Sendo as variáveis  $\lambda$  e  $\mu$  as propriedades do fluido representando o coeficiente de condutividade de calor e viscosidade dinâmica, respectivamente. E  $\mathbf{I}$  representa a matriz identidade (BATCHELOR, 2002).

A equação de energia pode ser desconsiderada ao consider-se que o processo é isentrópico. Portanto, a transferência de calor e a taxa de dissipação de energia à medida que a onda se propaga são muito pequenas, podendo ser desconsideradas. Conseqüentemente a equação que governa a Lei de Conservação da energia (35) é reduzida a:

$$\frac{DS}{Dt} = 0 \quad (38)$$

É necessário construir um sistema fechado entre as equações de Navier Stokes, e para isso as incógnitas envolvidas devem ser identificadas e as equações de estado da termodinâmica são aplicadas. As equações (33) e (34) são um conjunto de 4 equações que apresentam 5 incógnitas. A equação de estado para a massa específica dada pela equação (32), é usada para o fechamento do número de

equações, considerando simultaneamente que a equação (38) é válida. Assim, a equação de estado pode ser escrita como na equação (41).

Sendo assim, o novo conjunto de equações é dado por (39), (40) e (41):

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (39)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} + \nabla P = 0 \quad (40)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{c^2} \frac{DP}{Dt} \quad (41)$$

onde na equação (41),  $c$  representa a velocidade do som para um processo isentrópico.

Substituindo a equação (41) na equação da Lei de Conservação da massa (39) e rearranjando os termos, tem-se:

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{DP}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (42)$$

A equação da onda acústica pode ser obtida ao se realizar a derivada no espaço ao aplicar o divergente na equação de conservação da quantidade de movimento (40) e realizando a derivada no tempo da equação (42), tem-se:

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{\rho c^2} \frac{DP}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} \right) = 0 \quad (43)$$

$$\nabla \cdot \left( \frac{D\vec{u}}{Dt} + \frac{1}{\rho} \nabla P \right) = 0 \quad (44)$$

A forma linear das equações (43) e (44), considerando  $D()/Dt = \partial()/\partial t$ , pode ser combinada para obter a equação (45):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial P}{\partial t} \right) = \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla P \right) \quad (45)$$

Introduzimos o módulo de compressibilidade dado por  $E = \rho c^2$ , comumente encontrado nos estudos da sísmica de prospecção (Silva, 2011), assim a equação (45) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = E \nabla \cdot \left( \frac{c^2}{E} \nabla P \right) \quad (46)$$

A equação (46) representa a forma linear da onda acústica, usada para realizar a propagação da onda de pressão em meios não homogêneos. A equação (46) pode ser reduzida a equação clássica da onda se o meio for homogêneo e pode ser resolvida para um meio não homogêneo, onde há a alteração das propriedades do meio, que pode ser ocasionada por diferentes compartimentos sedimentares, por exemplo.

Portanto, a equação linear da onda acústica para um meio não homogêneo em duas dimensões é dada por:

$$\frac{1}{E} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c^2}{E} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{c^2}{E} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \ddot{P}_f \quad (47)$$

onde  $\ddot{P}_f$  é o termo fonte.

O primeiro e segundo termos do lado direito da equação (47) leva em consideração a não homogeneidade do meio em que a onda de pressão se propaga e o terceiro termo do lado direito é a fonte que atua em um ponto fixo do domínio. O primeiro termo do lado esquerdo leva em consideração a variação temporal da pressão em um ponto fixo do domínio.

Pode-se ressaltar a similaridade entre a equação da onda acústica para o meio fluido e o problema da propagação de ondas de dilatação em meios sólidos. Sendo assim a diferença entre as ondas de distorção nos fluidos, que se propagam mais lentamente que as ondas de dilatação em meios sólidos, serem negligenciadas. A pressão  $P$  pode então, representar adequadamente a onda acústica que trafega em um meio sólido, que é tipicamente heterogêneo (CHACALTANA *et al.*, 2015).

#### 4.2.1 O Termo Fonte

O termo fonte de pressão é definido dentro do domínio em um ponto específico tendo por definição:

$$\ddot{P}_f(x_f, y_f) = \frac{\partial^2 P_f}{\partial t^2} \quad (48)$$

onde  $x_f$  e  $y_f$  representam a posição no eixo  $X$  e  $Y$ , respectivamente, da fonte.

Uma fonte ideal possui a duração de um pulso de fase zero, ou seja, que assume valor apenas no tempo  $t=0$ , porém, ao se modelar um pulso real, o mesmo possui o tempo de duração do comprimento de onda do termo fonte de  $t = 1/f$ , onde  $f$  é a frequência da fonte. Esse tempo nos diz em quanto tempo o pulso acústico é inserido e propagado, ou seja, quanto tempo demora para que haja apenas a propagação da onda acústica (SANTOS & FIGUEIRÓ, 2006).

A fonte de pressão do tipo Ricker, utilizada no artigo de Dos Santos & Figueiró (2006), foi abordada no presente trabalho, dada pela equação (49):

$$\ddot{P}_f(x_f, y_f) = \left[ 1 - 2\pi(\pi f_p t)^2 \right] e^{-(\pi f_p t)^2} \quad (49)$$

onde  $f_p$  representa a frequência de pico e  $t$  é a largura temporal. A equação (49) gera um pulso único de pressão em um ponto fixo do domínio, sendo esse tipo de pulso conhecido como “chapéu mexicano”.

A fonte do tipo Ricker foi utilizada para verificar a simetria dos resultados ao ser inserida no centro do domínio, devido as repetitivas reflexões nos contornos, bem como para simulação do caso real realizada neste trabalho.

A fonte de pressão com oscilação senoidal dada pela equação (50) foi inserida fora do meio do domínio, sendo utilizada para testar as equações de contorno radiativas de primeira e segunda ordem.

$$\ddot{P}_f(x_f, y_f) = A \sin(2\pi f_p t) \quad (50)$$

#### 4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO REFLEXIVAS E NÃO REFLEXIVAS

No presente trabalho, dois tipos de condições de contorno para a propagação da onda de pressão foram implementadas ao modelo numérico. O primeiro tipo é a condição de reflexão, dada pela condição de contorno de Neumann:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \vec{n} \cdot \nabla P = 0 \quad (51)$$

Onde  $\vec{n}$  é o vetor unitário normal à superfície. A condição de contorno de Neumann permite avaliar as reflexões da onda ao atingir os contornos.

A equação da onda acústica para um meio heterogêneo e bidimensional pode simular a propagação de uma onda de pressão gerada por uma fonte. Caso o domínio físico seja maior que o domínio computacional, a onda gerada pela fonte deverá se propagar sem interação com o contorno do domínio computacional. Neste caso, se faz necessário aplicar condições de contorno para que não haja reflexão na onda acústica quando a propagação da onda chegar ao contorno, permitindo que a mesma saia do domínio sem reflexão ou o aumento do domínio computacional, que pode aumentar em demasia a demanda computacional da simulação.

Para que se possa observar a onda se propagando através do domínio sem reflexões, o segundo tipo de condição de contorno aplicado foi do tipo radiação livre, neste caso as *Absorbing Boundary Conditions*, ou simplesmente condição de contorno ABC, que tem como base a solução da equação homogênea da onda acústica sem termo fonte para o contorno do domínio.

Seguindo o trabalho realizado por Israeli e Orszag (1981), para obter a condição de contorno ABC de primeira ordem, desconsidera-se o termo fonte da equação da onda acústica (47), e considera-se sua forma unidimensional da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0 \quad (52)$$

De forma que:

$$P(x, t) = F(x - t) + G(x + t) \quad (53)$$

Onde  $x$  é o eixo no qual a onda se propaga e  $t$  representa a variável do tempo. Se  $|x| > X > 0$ , então tem-se que:

$$G = 0 \quad (x > X) \quad (54)$$

$$F = 0 \quad (x < -X) \quad (55)$$

No eixo-X positivo, onde  $x = X$  tem-se que a equação da onda é dada por:

$$P = A \sin(kx - \omega t) \quad (56)$$

Onde  $A$  é a amplitude da onda,  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular, sendo  $f$  a frequência da onda, e  $k = 2\pi/\lambda$  é o número de onda, sendo  $\lambda$  o comprimento de onda. Derivando a equação (56) no tempo e no espaço tem-se as equações (57) e (58), respectivamente:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \quad (57)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = k A \cos(kx - \omega t) \quad (58)$$

Dadas as equações (57) e (58) e considerando a definição de velocidade da onda  $c = \frac{\omega}{k}$ , a equação que representa a onda que se propaga no sentido do eixo-X positivo, é dada pela equação (59):

$$\frac{\partial P}{\partial t} + c \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (59)$$

Analogamente, para o eixo-X negativo onde  $x = -X$  tem-se que:

$$P = A \sin(kx + \omega t) \quad (60)$$

Derivando a equação (60) no tempo e no espaço tem-se as equações (61) e (62), respectivamente:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \omega A \cos(kx + \omega t) \quad (61)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = k A \cos(kx + \omega t) \quad (62)$$

Sendo assim, a equação que representa a onda que se propaga no sentido do eixo-X negativo, é dada pela equação (63):

$$\frac{\partial P}{\partial t} - c \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (63)$$

Para obter a condição de contorno ABC de segunda ordem, parte-se da equação clássica da onda em 2D sem o termo fonte, dada por:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + c^2 \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \quad (64)$$

Pode-se reescrever a equação (64) da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \quad (65)$$

Considera-se que:

$$L^2 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (66)$$

Sendo assim:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - L^2 \right) P = 0 \quad (67)$$

Para  $x = X$  e  $x = -X$  pode-se considerar as equações (68) e (69), respectivamente:

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} + L \right) P = 0 \quad (68)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} - L \right) P = 0 \quad (69)$$

Para a obtenção de  $L$  pode-se usar o procedimento dados pelas equações (70) à (73) a seguir:

$$L^2 P = L^2 (A(x) e^{ily+i\omega t}) = \left( -i^2 l^2 + i^2 \frac{\omega^2}{c^2} \right) P \quad (70)$$

$$L^2 = i^2 \left( \frac{\omega^2}{c^2} - l^2 \right) = i^2 \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{c^2 l^2}{\omega^2} \right) \quad (71)$$

$$L = \pm i \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{c^2 l^2}{\omega^2}} = \pm i \frac{\omega}{c} \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{lc^2}{\omega} \right)^2 \right) + O \left( \frac{l}{\omega} \right)^4 \quad (72)$$

$$L = \pm \frac{1}{c} \left[ i\omega - \frac{il}{2} \left( \frac{l}{\omega} \right) c \right] \quad (73)$$

sendo  $i\omega = \frac{\partial}{\partial t}$  e  $il = \frac{\partial}{\partial y}$ , pode-se substituir essas informações para obter a equação (74):

$$L = \pm \frac{1}{c} \left[ \frac{\partial}{\partial t} - \frac{c}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] = 0 \quad (74)$$

Para o eixo-X positivo onde  $x = X$ , tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial x} + L \right) P = 0 \quad (75)$$

Substituindo a equação (74) na equação (75), tem-se que:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} + \frac{1}{c} \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{c^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \right) P = 0 \quad (76)$$

Portanto, a condição de contorno ABC para  $x = X$  é dada por:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + c \frac{\partial^2 P}{\partial t \partial x} - \frac{c^2}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \quad (77)$$

De forma análoga, para o eixo-X negativo onde  $x = -X$ , tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial x} - L \right) P = 0 \quad (78)$$

Substituindo a equação (74) na equação (78), tem-se que:

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{1}{c} \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{c^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (79)$$

Portanto, a condição de contorno ABC para  $x = -X$  é dada por:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - c \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right) - \frac{c^2}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \quad (80)$$

Para o eixo-Y o mesmo raciocínio é utilizado.

De forma resumida, as equações para cada condição de contorno foram obtidas e aplicadas neste trabalho. A equação (81) representa a condição reflexiva de Neumann, e as condições de contorno ABC de primeira e segunda ordem em  $x = \pm X$ , são dadas pelas equações (82) e (83), respectivamente:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \vec{n} \cdot \nabla P = 0 \quad (81)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} \pm c \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (82)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \pm c \frac{\partial^2 P}{\partial t \partial x} - \frac{c^2}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \quad (83)$$

#### 4.4 SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EDP DA ONDA-P PELO NUMÉRICO DAS DIFERENÇAS FINITAS

O método das Diferenças Finitas é uma poderosa abordagem numérica que tem sido usada em aplicações de ciência e engenharia onde a solução analítica não é possível, possuindo vantagem por ser comparativamente mais simples e econômico em relação a outros métodos numéricos.

Atualmente, o método das Diferenças Finitas no domínio do tempo (*Time-Domain Finite-Difference*) é o mais popular, devido a sua precisão, eficiência e codificação simples (AJO-FRANKLIN, 2005).

Na abordagem de diferenças finitas, discretiza-se o domínio do problema contínuo, de modo que as variáveis dependentes são consideradas como existindo apenas em pontos discretos, sendo as derivadas aproximadas por diferenças, resultando em uma representação algébrica da equação diferencial parcial, sendo assim, um problema envolvendo cálculo é transformado em um problema algébrico (ANDERSON *et al.*, 1987).

O domínio físico contínuo representado (discretizado) por um conjunto de pontos discretos dados pelo método das diferenças finitas é representado por uma grade. Em 2D tem-se que a grade pode ser representada pela Figura 2:

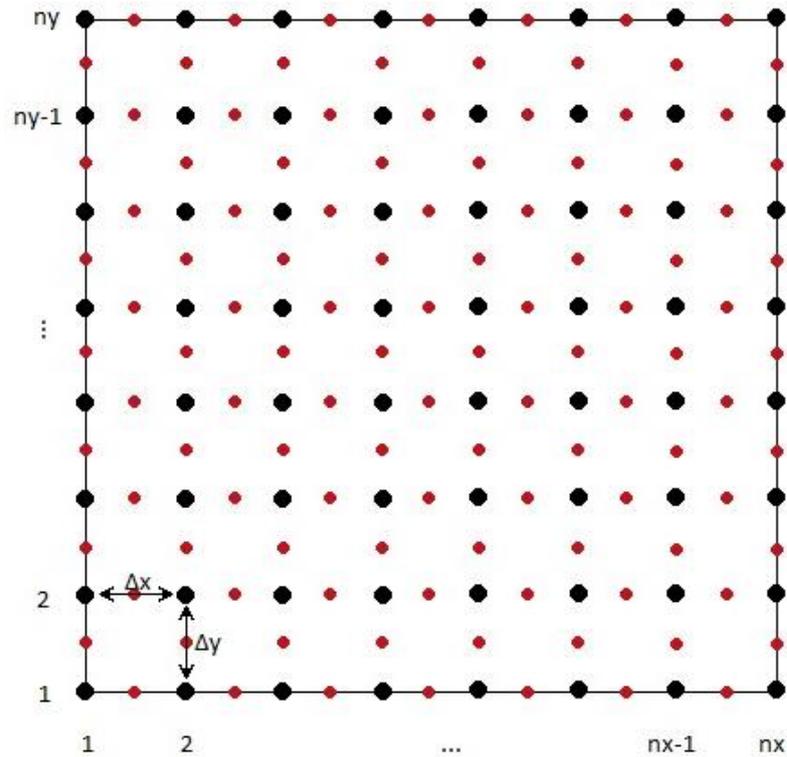


Figura 2 - Grade estruturada típica do método das Diferenças Finitas, onde  $\Delta x$  e  $\Delta y$  representam as distâncias entre os pontos da grade nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente.

Em duas dimensões a grade que representa o domínio é dada por  $0 \leq x \leq Lx$  e  $0 \leq y \leq Ly$ , onde  $x$  e  $y$  são as coordenadas cartesianas nas direções horizontal e vertical, respectivamente, e  $Lx$  e  $Ly$  representam o comprimento, dado em metros, do domínio em  $x$  e  $y$ , respectivamente. A quantidade de pontos na grade é dada por  $1 \leq x \leq nx$  e  $1 \leq y \leq ny$ , sendo  $nx$  o número máximo de pontos na direção  $x$  e  $ny$  o número máximo de pontos na direção  $y$ .

Na figura (3) abaixo, pode-se observar a disposição dos pontos vizinhos aos pontos centrais, onde nos pontos centrais em preto a pressão ( $P$ ) é calculada, e nos pontos vermelhos são determinadas as propriedades físicas do meio ( $\Gamma$ ).

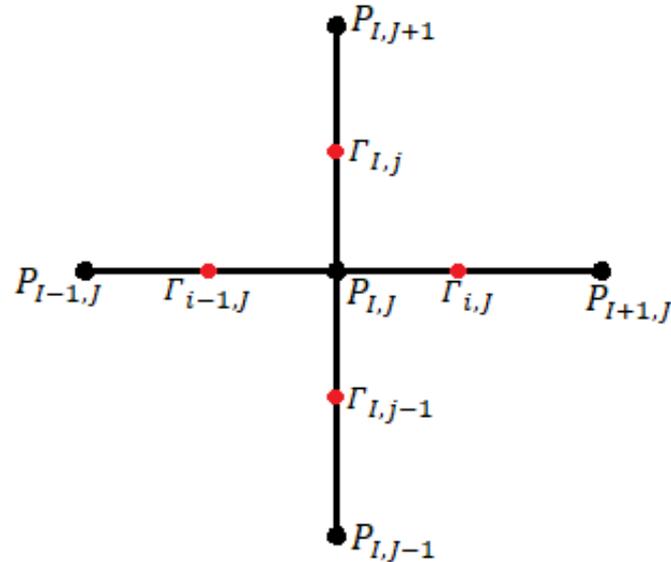


Figura 3 - Representação esquemática das propriedades físicas da pressão ( $P$ ) e das propriedades físicas do meio ( $\Gamma$ ).

Os índices  $(I, J)$  são utilizados para identificar os pontos da grade onde a variável de pressão ( $P$ ) está localizada, e os índices  $(i, j)$  identificam os pontos médios da grade onde as propriedades físicas do meio ( $\Gamma$ ) estão especificados.

Para representar o avanço e atraso no tempo, usaremos o índice sobrescrito  $n$ , de forma que  $P_{I,J}^{n-1}$ , representa um atraso no tempo em relação ao ponto de estudo,  $P_{I,J}^n$  representa o tempo no presente do ponto de estudo, sendo  $P_{I,J}^{n-1}$  e  $P_{I,J}^n$  termos que possuem valores conhecidos, e  $P_{I,J}^{n+1}$  representa o tempo no futuro, e o termo a ser calculado.

É importante ressaltar que inicialmente assume-se condições iniciais nulas onde  $P_{I,J}^{n-1} = 0$  e  $P_{I,J}^n = 0$ , sendo possível calcular o termo  $P_{I,J}^{n+1}$ . Após isso se assume que os valores no presente assumem os valores no passado, sendo assim,  $P_{I,J}^{n-1} = P_{I,J}^n$  e os valores no tempo futuro assumem os valores no presente, portanto,  $P_{I,J}^n = P_{I,J}^{n+1}$ , isso possibilita o cálculo de novos valores para  $P_{I,J}^{n+1}$ , dando continuidade a propagação da onda de pressão no domínio.

De forma análoga, pode-se representar os pontos da grade no domínio usando os índices sobrescritos  $I$  e  $J$ , onde  $P_{I-1,J}^n$  é o ponto anterior ao ponto central no eixo  $X$ ,  $P_{I+1,J}^n$  é o ponto posterior ao ponto central no eixo  $X$ ,  $P_{I,J-1}^n$  é o ponto anterior ao ponto central no eixo  $Y$  e  $P_{I,J+1}^n$  é o ponto posterior ao ponto central no eixo  $Y$ . O ponto central é dado por  $P_{I,J}^n$ .

#### 4.4.1 Método das Diferenças Finitas aplicado à Equação da Onda Acústica em meio heterogêneo

A partir dos conceitos matemáticos de Limite e Série de Taylor para o método das Diferenças Finitas descritos no ANEXO 1, pode-se dar continuidade ao desenvolvimento do método para a equação da onda acústica em meio heterogêneo. Sendo assim, a forma explícita de diferença finita da equação (47) da onda acústica em duas dimensões, em meio não homogêneo é obtida aplicando a diferença central de segunda ordem no espaço e no tempo, resultando na equação (86) abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_{I,J}} \frac{P_{I,J}^{n+1} + P_{I,J}^{n-1} - 2P_{I,J}^n}{\Delta t^2} = & \left( \frac{\Gamma_{i,j}}{\Delta x^2} (P_{I+1,J}^n - P_{I,J}^n) - \frac{\Gamma_{i-1,j}}{\Delta x^2} (P_{I,J}^n - P_{I-1,J}^n) \right) + \left( \frac{\Gamma_{i,j}}{\Delta y^2} (P_{I,J+1}^n - P_{I,J}^n) - \right. \\ & \left. \frac{\Gamma_{i,j-1}}{\Delta y^2} (P_{I,J}^n - P_{I,J-1}^n) \right) + O(\Delta x^2) + O(\Delta t^2) + \ddot{P}_f(I_f, J_f) \end{aligned} \quad (84)$$

Sendo  $O(\Delta x^2)$  e  $O(\Delta t^2)$  os truncamentos de segunda ordem para espaço e tempo, respectivamente,  $\frac{c^2}{E} = \Gamma$  e colocando em evidência a incógnita,  $P_{I,J}^{n+1}$ , da equação (85) se obtém o algoritmo algébrico para calcular a incógnita no tempo “ $n+1$ ” a partir de valores conhecidos no tempo “ $n$ ” e “ $n-1$ ”, dada pela equação (88) abaixo:

$$\begin{aligned} P_{I,J}^{n+1} = & 2P_{I,J}^n - P_{I,J}^{n-1} + E_{I,J} \left\{ \left( \frac{\Delta t^2 \Gamma_{i,j}}{\Delta x^2} (P_{I+1,J}^n - P_{I,J}^n) - \frac{\Delta t^2 \Gamma_{i-1,j}}{\Delta x^2} (P_{I,J}^n - P_{I-1,J}^n) \right) + \left( \frac{\Delta t^2 \Gamma_{i,j}}{\Delta y^2} (P_{I,J+1}^n - \right. \right. \\ & \left. \left. P_{I,J}^n) - \frac{\Delta t^2 \Gamma_{i,j-1}}{\Delta y^2} (P_{I,J}^n - P_{I,J-1}^n) \right) + \ddot{P}_f(I_f, J_f) \Delta t^2 \right\} \end{aligned} \quad (85)$$

#### 4.4.2 Método das Diferenças Finitas aplicado às condições de contorno

As equações de contorno foram discretizadas pelo método das diferenças finitas a fim de serem aplicadas no código numérico. Portanto, a forma discretizada da equação de contorno reflexiva (81), é dada por:

$$P_{nx,J}^{n+1} = 2P_{nx,J}^n - P_{nx,J}^{n-1} + 2\left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 (P_{nx-1,J}^n - P_{nx,J}^n) \quad (86)$$

Em  $i = nx$  e  $1 < j < ny$ , tem-se que a condição de contorno ABC 1D, dados o domínio descrito na figura (2), é dada pela forma discretizada da equação (82):

$$P_{nx,J}^{n+1} = P_{nx,J}^n - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (P_{nx,J}^n - P_{nx-1,J}^n) \quad (87)$$

Para  $i = 1$  e  $1 < j < ny$ :

$$P_{1,J}^{n+1} = P_{1,J}^n - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (P_{2,J}^n - P_{1,J}^n) \quad (88)$$

Para o eixo Y basta trocar os índices do sistema de coordenadas.

Em  $i = nx$  e  $1 < j < ny$ , a condição de contorno ABC 2D dada pela forma discretizada da equação (83) é representada por:

$$P_{nx,J}^{n+1} = 2P_{nx,J}^n - P_{nx,J}^{n-1} - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (P_{nx,J}^n - P_{nx,J}^{n-1} - P_{nx-1,J}^n - P_{nx-1,J}^{n-1}) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta y^2 c^2} (P_{nx,J+1}^n - 2P_{nx,J}^n + P_{nx,J-1}^n) \quad (89)$$

Para  $i = 1$  e  $1 < j < ny$ :

$$P_{1,J}^{n+1} = 2P_{1,J}^n - P_{1,J}^{n-1} - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (P_{2,J}^n - P_{2,J}^{n-1} - P_{1,J}^n - P_{1,J}^{n-1}) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta y^2 c^2} (P_{1,J+1}^n - 2P_{1,J}^n + P_{1,J-1}^n) \quad (90)$$

Para o eixo Y basta trocar os índices do sistema de coordenadas.

As equações discretizadas acima representam as condições de contorno reflexivas e não reflexivas, respectivamente, e foram utilizadas para simular a propagação da onda acústica gerada por uma fonte de pressão em um meio heterogêneo.

#### 4.4.3 Critério de Estabilidade

Ao resolver as derivadas envolvidas nas equações diferenciais pelo método das Diferenças Finitas, são realizadas aproximações que geram erro no resultado numérico. No caso da equação da onda esse erro é expresso por meio da dispersão numérica que gera oscilações intermitentes na forma temporal do pulso sísmico e presença de ruído em determinado ponto antes da chegada do sinal (DOS SANTOS & FIGUEIRÓ, 2014).

O critério de estabilidade para realizar a simulação é dado quando a discretização no tempo é explícita, podendo ser representado pela relação dada na equação (84), que estabelece o tamanho do intervalo de tempo de acordo com as informações da grade.

$$\Delta t = C_r \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta s c_{max}} \quad (91)$$

Onde  $\Delta t$  representa o tamanho do intervalo de tempo,  $\Delta x$  e  $\Delta y$  representam o tamanho do espaçamento da grade em  $x$  e em  $y$ , respectivamente;  $c_{max} = \max(c_1, c_2)$ , onde  $c_1$  e  $c_2$  representam as velocidades encontradas no campo de velocidade no meio do domínio de estudo,  $\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  e  $C_r \leq 1$ .

#### 4.5 SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL NO OCEANO

Para o estudo de um caso real de propagação da onda acústica na costa do Espírito Santo foram utilizados os dados provenientes do Hycom-Ncoda, um consórcio multi-institucional patrocinado pelo Programa Nacional de Parceria Oceânica (National Ocean Partnership Program/NOPP), como parte do Experimento de Assimilação de Dados Oceânicos Globais dos Estados Unidos (U. S. Global Ocean Data Assimilation Experiment/GODAE), para desenvolver e avaliar o modelo em coordenadas híbridas HYCOM (Hybrid Coordinate Ocean Model) executado com assimilação de dados.

O HYCOM tem como característica principal o uso de coordenadas verticais híbridas, sendo possível obter resultados mais realísticos nas simulações de fenômenos oceânicos. Para a região de estudo, foram disponibilizados dados diários de salinidade e temperatura para diferentes profundidades com resolução uniforme de aproximadamente  $0.08^\circ$ . Os dados em questão estão disponíveis no domínio <https://hycom.org/>.

No presente trabalho são usados os dados de temperatura e salinidade em diferentes profundidades, obtidos para uma seção transversal na Costa do Espírito Santo, para calcular a velocidade da onda acústica através da equação (1).

Após calculada a velocidade da onda acústica na região de estudo, os resultados são inseridos na equação bidimensional da onda acústica para um meio não homogêneo (47), discretizada anteriormente pelo método das diferenças finitas.

A equação bidimensional da onda acústica em um meio não homogêneo no domínio do tempo foi utilizada no código numérico desenvolvido em linguagem FORTRAN e OCTAVE para a elaboração de perfis de temperatura, salinidade e velocidade em uma seção transversal na Costa do Espírito Santo, para que a análise do comportamento da onda acústica, através da elaboração de construção imagens sísmicas.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta sessão será feita a aplicação do código numérico desenvolvido, bem como a apresentação da simulação dos casos reais.

Para a validação do código numérico foi realizada a simulação da propagação da onda em meio homogêneo e meios heterogêneos. Foram adotadas diferentes tipos de Condições de Contorno Absorventes (ABC).

### 5.1 SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO ACÚSTICA COM REFLEXÕES PURAS

Os parâmetros na Tabela 1 foram utilizados para a simulação da propagação da onda de pressão em meio homogêneo, gerada por uma fonte do tipo Ricker (49) localizada no centro do domínio, com a condição de contorno do tipo Neumann:

Tabela 1 - Parâmetros utilizados para simulação das ondas com reflexão

Parâmetros	Valores
$f_p$	30 Hz
$L_x$	500.0 m
$L_y$	500.0 m
$\Delta x = \Delta y$	1.0 m
$N_x$	501
$N_y$	501
$x_f$	250.0 m
$y_f$	250.0 m
$t_{max}$	0.8325 s
$c_{max}$	2000 m/s
$c_{min}$	2000 m/s

Onde  $f_p$  é a frequência utilizada,  $L_x$  e  $L_y$  são as dimensões no eixo x e y, respectivamente,  $\Delta x$  e  $\Delta y$  são os espaçamentos da grade no eixo x e y, respectivamente,  $N_x$  e  $N_y$  são as quantidades de pontos na grade no eixo x e y, respectivamente,  $x_f$  e  $y_f$  são as coordenadas do termo fonte em x e y, respectivamente e  $c_{\max}$  e  $c_{\min}$  são as velocidades máxima e mínima do modelo, respectivamente.

A partir dos parâmetros descritos na Tabela 1 foi possível simular a propagação da onda de pressão em meio homogêneo, gerada por uma fonte do tipo Ricker localizada no centro do domínio, com a condição de contorno reflexiva conforme mostra a Figura 4:

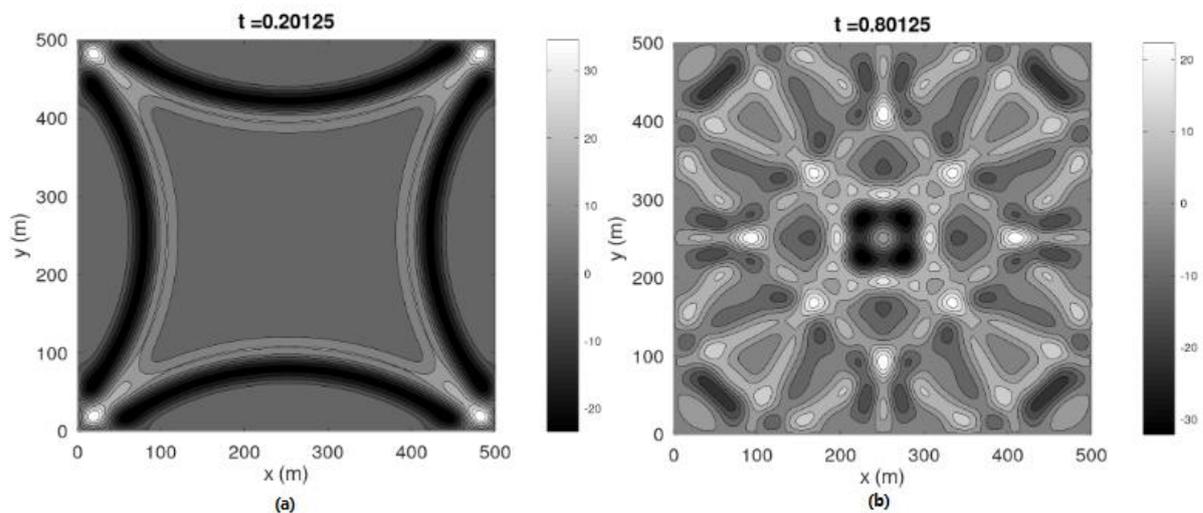


Figura 4 – Solução de 30Hz no domínio do tempo das amplitudes da onda-P em um meio homogêneo com condição de contorno de reflexão completa.

As Figuras 4a e 4b mostram as reflexões após a onda atingir os contornos do meio em que a fonte está inserida, no tempo de 0,20125s e no tempo de 0,80125, respectivamente. Pode-se observar que há a preservação da simetria na distribuição do campo da onda-P ao longo do período de simulação, com as faixas de pressão diminuindo ao longo do tempo.

## 5.2 CONDIÇÃO DE CONTORNO ABSORVENTE (ABC) 1D E 2D

Para testar as condições de contorno, Moreira *et al* (2014) inseriu a fonte fora do centro do domínio, quebrando assim a simetria para que fosse possível avaliar como as reflexões atuam na propagação da onda acústica após serem aplicadas as condições de contorno.

Os parâmetros da Tabela 2 foram utilizados para testar as condições de contorno de radiação 1D e 2D para a propagação de uma onda de pressão gerada por uma fonte senoidal (50), localizada fora do centro do domínio.

Tabela 2 - Parâmetros utilizados para simulação das ondas-P com ABC 1D e ABC 2D

Parâmetros	Valores
$f_p$	30 Hz
$L_x$	500.0 m
$L_y$	500.0 m
$\Delta x = \Delta y$	1.0 m
$N_x$	501
$N_y$	501
$x_f$	0 m
$y_f$	0 m
$t_{max}$	0.8325 s
$c_{max}$	2000 m/s
$c_{min}$	2000 m/s

Com os parâmetros descritos na Tabela 2 foi possível simular a propagação da onda de pressão em um meio homogêneo, gerada por uma fonte senoidal conforme mostra Figura 5:

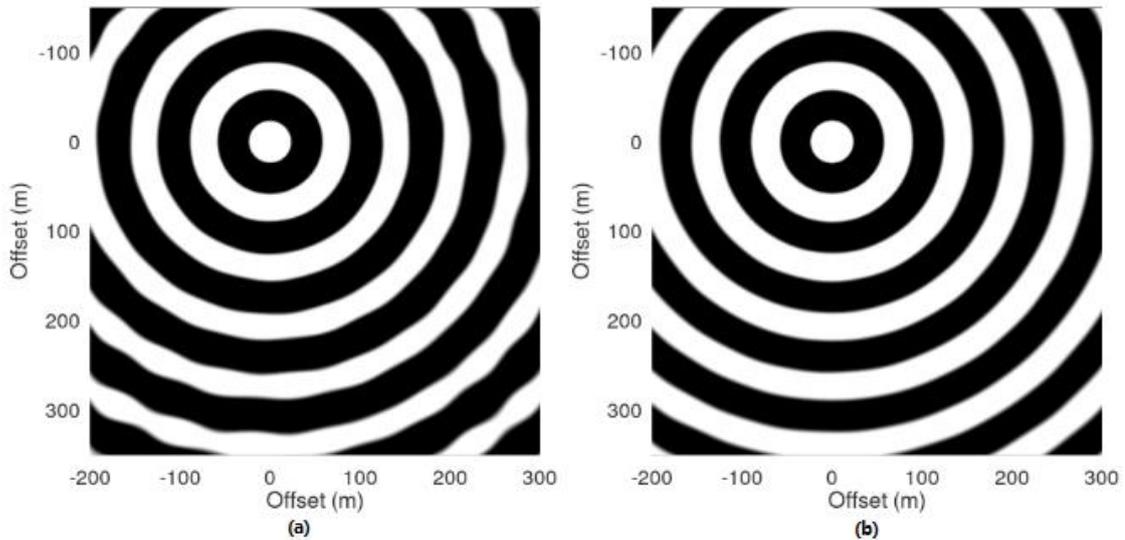


Figura 5 – Solução de 30Hz no domínio do tempo do campo da onda-P em um meio homogêneo para o instante de tempo  $t=0,8325s$  com ABC 1D (a) e ABC 2D (b).

Na Figura 5a pode-se observar o resultado da aplicação da condição de contorno de absorção de onda 1D (ABC 1D) e na Figura 5b o resultado da aplicação da condição de contorno de absorção para uma onda 2D (ABC 2D).

Os resultados esperados para este teste são círculos de pressão concêntrica com centro em (0,0). Assim, um ganho substancial pode ser visto rapidamente ao usar a condição de contorno ABC 2D em relação a condição de contorno ABC 1D. A forma circular das isolinhas de pressão é muito evidente na Figura 5b, enquanto a Figura 5a apresenta ondulações que podem ser vistas sobre o círculo principal, próximo aos limites de domínio, indicando um efeito maior da reflexão do campo de ondas na fronteira.

### 5.3 SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO ACÚSTICA EM UM MEIO NÃO HOMOGÊNEO

Para a validação da propagação em um meio não homogêneo, os parâmetros utilizados na simulação são mostrados na Tabela 3 e os campos de velocidade simulados são mostrados na Figura 6.

Tabela 3 - Parâmetros utilizados para simulação acústica em meio não homogêneo

<b>Parâmetros</b>	<b>Perfil (a)</b>	<b>Perfil (b)</b>
$f_p$	20 Hz	20 Hz
$L_x$	500.0 m	500.0 m
$L_y$	2500.0 m	2500.0 m
$\Delta x = \Delta y$	1.0 m	1.0 m
$N_x$	501	501
$N_y$	2501	2501
$x_f$	250 m	250 m
$y_f$	100 m	100 m
$t_{max}$	3 s	3 s
$c_{max}$	2100 m/s	1600 m/s
$c_{min}$	1500 m/s	1500 m/s

Para as simulações a fonte do tipo Ricker (49) com frequência de 20 Hz foi inserida a 100 metros de profundidade e considerou-se uma profundidade de 2000 m para a coluna d'água.

A condição de contorno ABC 2D foi aplicada e para o fundo foram consideradas duas alternativas de solo, sendo ambos fluidos, onde o fundo (a) possui característica mais densa e a velocidade da onda acústica no meio é de 2100 m/s e no fundo (b) a velocidade da onda acústica no meio é de 1600 m/s. Esse teste para diferentes fundos foi realizada para que se pudesse observar como a mudança entre meios afeta a propagação da onda acústica. Para a coluna d'água foi efetuada uma simulação com velocidade constante, sendo a escolhida a velocidade média do som na água, ou seja, 1500 m/s. Os perfis de velocidade considerados estão ilustrados na Figura 6 abaixo:

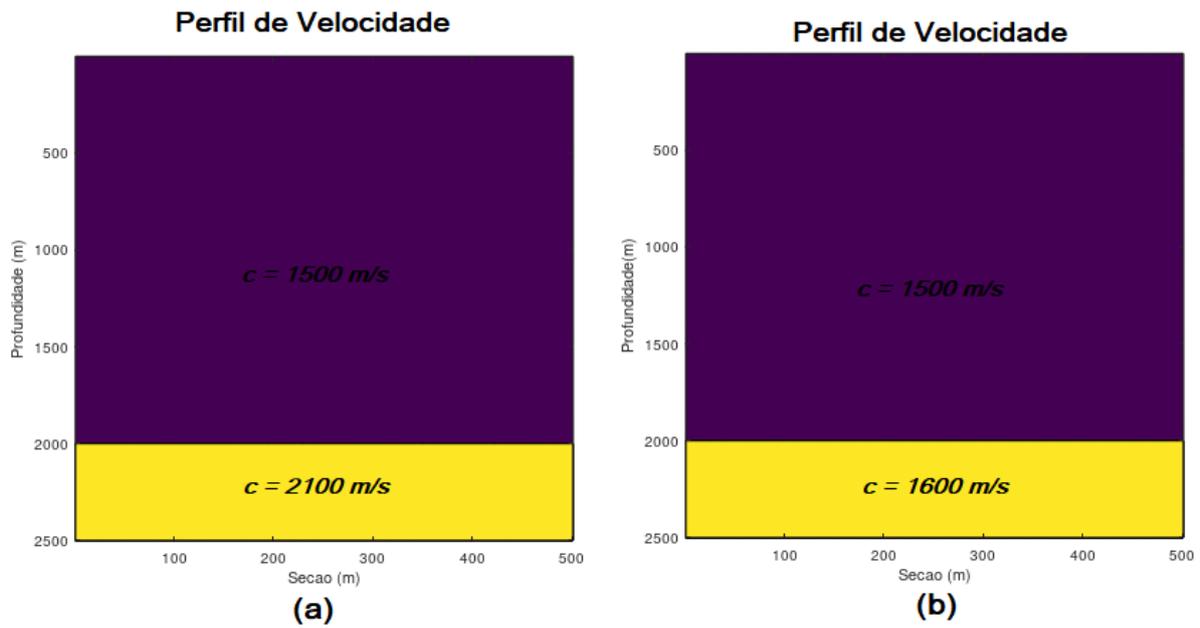


Figura 6 – Campos de velocidade simulados com velocidade constante na coluna d'água e fundo (a) e (b).

A partir dos campos de velocidade acima, que possuem variações verticais de velocidade, foram construídos os sismogramas conforme mostra Figura 7.

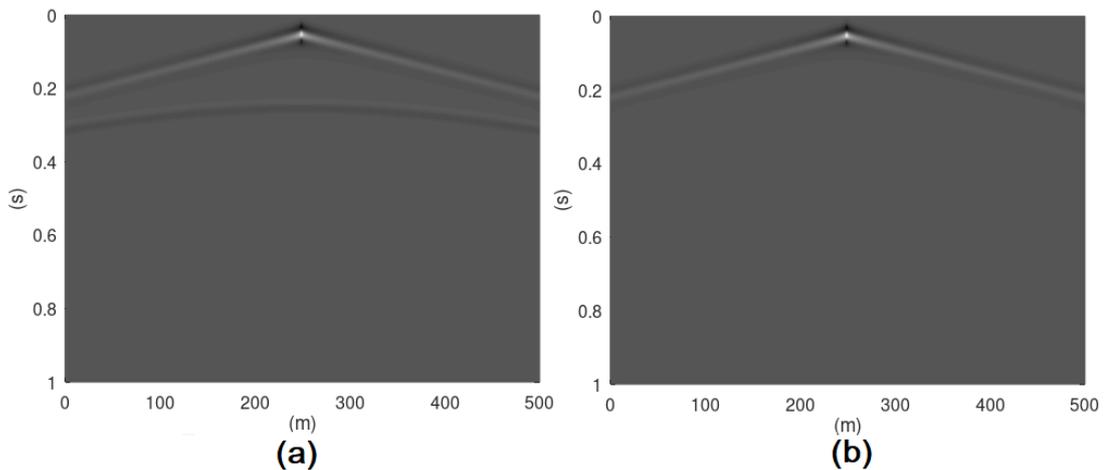


Figura 7 – Sismogramas referente ao campo de velocidade proposto na figura 6a (a) e 6b (b).

A Figura 7a possibilita a visualização da interação entre a frente de onda com a mudança na interface do meio. A reflexão observada se dá devido à mudança de velocidade que passou de 1500 m/s para 2100 m/s na profundidade de 2000m. A presença de um solo mais rígido na figura pode resultar em uma menor absorção e

capacidade de penetração do som, resultando em maiores reflexões das ondas. Na figura 7b onde o solo é menos denso, não é possível observar a reflexão, e isso pode ocorrer devido ao fato de a mudança na velocidade da onda no meio ser mais suave, passando de 1500 m/s para 1600 m/s, sendo este, um caso passível de se encontrar no oceano.

Para melhor elucidação de como a onda acústica é influenciada pelo meio de propagação, no APÊNDICE D foram reconstruídos os campos de velocidades propostos no artigo de dos Santos & Figueiró (2006).

#### 5.4 SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

A caracterização da área de estudo tem como objetivo mostrar os fatores físicos que interferem na propagação acústica considerados neste estudo.

Sendo a velocidade do som uma propriedade obtida diretamente das variáveis temperatura e salinidade, as variações dessas propriedades interferirão diretamente na transmissão da energia acústica pelos oceanos, sendo esses dados uma das informações iniciais importantes para o conhecimento da propagação acústica.

As estratificações da temperatura e salinidade fazem variar a velocidade do som no mar tanto espacialmente, como em profundidade. Para cada variação de 1°C da temperatura, a velocidade do som varia entre 2,1 a 4,1 m/s, dependendo do valor da temperatura. A salinidade apresenta menor interferência, variando a velocidade do som em 1,2 m/s para cada 1 PSU. Sendo assim, a variação da salinidade se torna visível quando a variação da temperatura é menor, o que ocorre em águas profundas (BREKHOVSKIKH & LYSANOV, 2003).

A água do mar é o resultado da mistura de água pura com sais dissolvidos na água do mar. A percentagem de massa de sal define salinidade, expressa em unidades práticas de salinidade (PSU). Em grandes bacias oceânicas apresenta a média de 35 PSU, mas localmente a salinidade pode variar grandemente em função das condições hidrológicas (LURTON, 2010).

As variações da velocidade do som na água do mar são relativamente pequenas variando entre 1450m/s e 1540m/s, mas, frequentemente, pequenas variações na velocidade do som podem ocasionar diferentes efeitos físicos na propagação do som no oceano (BREKHOVSKIKH & LYSANOV, 2003).

#### **5.4.1 HYCOM: Temperatura, Salinidade e Velocidade do Som na Costa do Brasil**

Para o estudo foram considerados os dados obtidos pelo HYCOM, do dia 31 de dezembro de 2012, na região delimitada pelas latitudes 0°S e 32°S, que corresponde à costa do litoral do Brasil, e pelas longitudes 48°W e 30°W.

A partir dos dados obtidos pode-se observar como as temperaturas e salinidades variam ao longo do litoral brasileiro e a medida que nos afastamos da costa.

Para o melhor entendimento as variáveis estudadas foram analisadas em diferentes profundidades, sendo elas: 0m (superfície), 20 metros de profundidade, 100 metros de profundidade, 1000 metros de profundidade e 2000 metros de profundidade.

As Figuras 8 e 9 mostram a variação média da temperatura na costa do Brasil e a variação média da salinidade na costa do Brasil, respectivamente, ao longo das profundidades escolhidas.

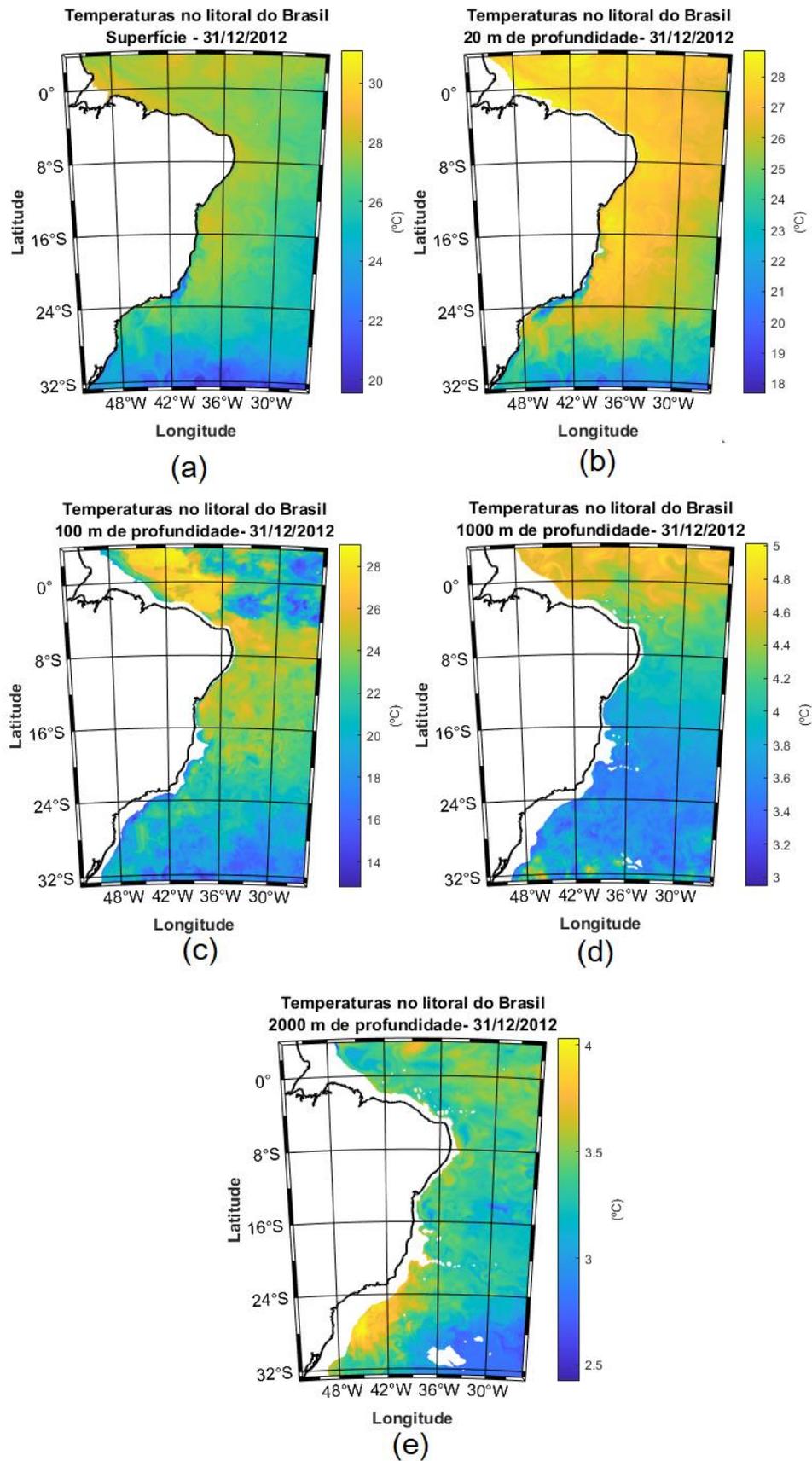


Figura 8 – Variação média da temperatura na costa do Brasil a (a) 0 metros, (b) 20 metros, (c) 100 metros, (d) 1000 metros e (e) 2000 metros para o verão.

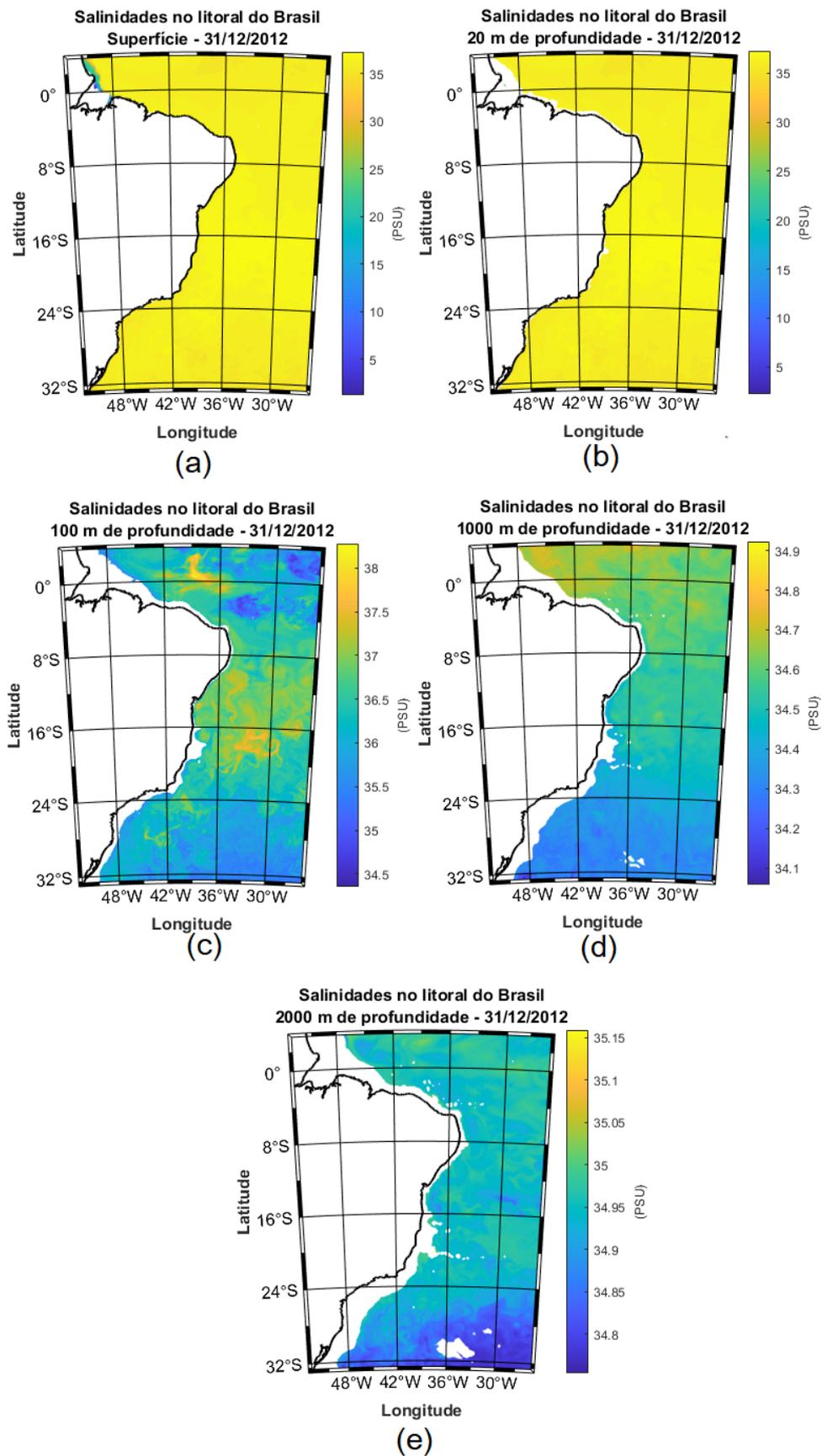


Figura 9 – Variação média da salinidade na costa do Brasil a (a) 0 metros, (b) 20 metros, (c) 100 metros, (d) 1000 metros e (e) 2000 metros no verão.

Considerando o fato de que os dados foram obtidos no período de verão, pode-se observar altas temperaturas no litoral do Brasil, que na superfície variam de aproximadamente 20°C próximo a região sul até aproximadamente 35°C na região Norte do país. Essa temperatura decresce a medida que a profundidade aumenta chegando a uma variação de 2,5°C nos pontos da costa Brasileira com menores temperaturas e 4°C nos pontos onde a temperatura é maior, em uma profundidade de 2000 m.

A Salinidade no litoral do Brasil se mostra basicamente constante na superfície, com um valor em torno de 37 PSU, a medida que a profundidade aumenta a salinidade sofre pequenas mudanças, sendo o menor valor nas profundidades analisadas, o de aproximadamente 34,8 PSU, a 2000m de profundidade.

A partir dos dados provenientes do HYCOM, foi possível traçar os perfis de temperatura (Figura 10) e salinidade (Figura 11) para a costa do Brasil, e a partir desses dados foi possível obter através da equação (1) o Perfil de Velocidade do Som em um ponto ao Norte do Brasil Figura 12a e em um ponto ao Sul do Brasil Figura 12b.

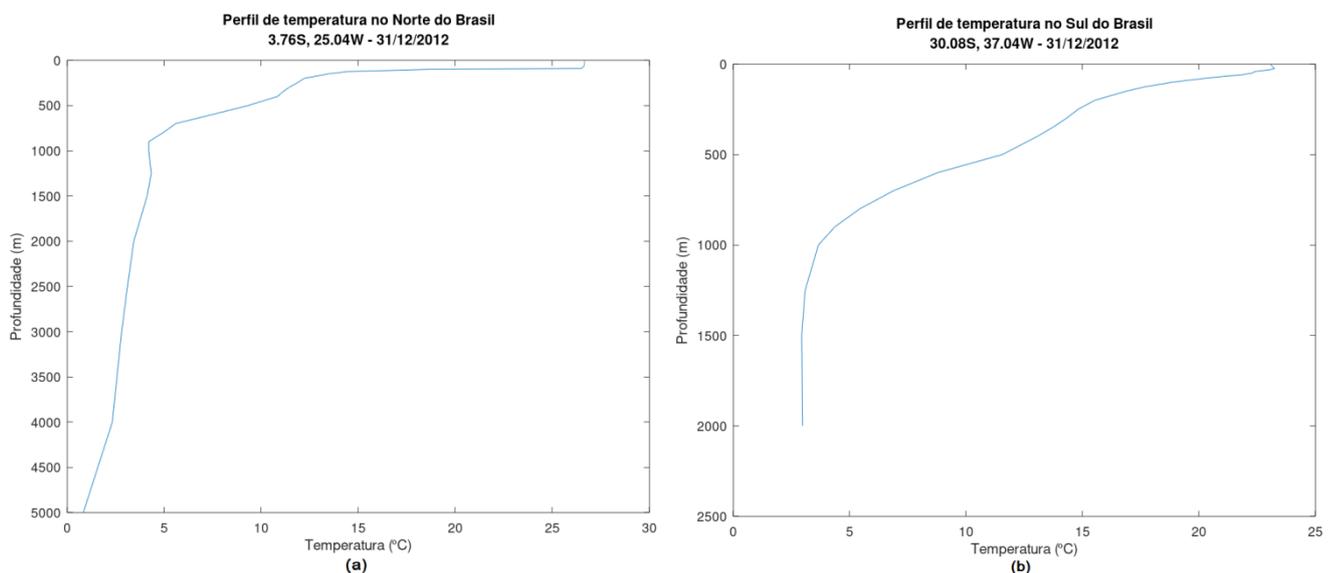


Figura 10 – Perfil de temperatura ao longo da profundidade no Norte (a) e Sul (b) do Brasil

A coordenada considerada no Norte do Brasil se encontra na altura do estado de Ceará e apresentou maiores temperaturas próximo a superfície (aproximadamente 26°C), com um decaimento rápido até próximo aos 1000 m de profundidade onde a

temperatura passa a ser menos de 5°C, seguindo um perfil suave de decaimento até a profundidade de 5000 m.

A coordenada considerada no Sul do Brasil se encontra na altura do estado do Rio Grande do Sul, e apresenta uma temperatura na superfície menor que 25°C, que decai linearmente até os 1000m de profundidade, onde atinge o valor de aproximadamente 4°C, permanecendo constante até a última profundidade analisada, de 2000 m.

A temperatura no oceano sofre principalmente influência do calor advindo dos raios solares e de correntezas. A influência do calor do sol pode ser vista no perfil de temperatura de um ponto, e a temperatura tende a cair a medida que a profundidade aumenta, até cerca de 4°C de temperatura na maior densidade da água (abaixo desse valor a água tende a subir e esquentar) (TANAKA *et al.*, 2001).

Além da influência dos raios solares, as correntes vindas do equador ou dos polos trazem consigo águas mais quentes ou mais frias, respectivamente. No caso do Brasil a Corrente Sul Equatorial que atravessa o Atlântico Sul se bifurca no litoral nordestino dando origem a Corrente Norte Brasileira e a Corrente Brasileira, ambas correntes quentes que aquecem o litoral brasileiro (STRAMMA *et al.*, 1990).

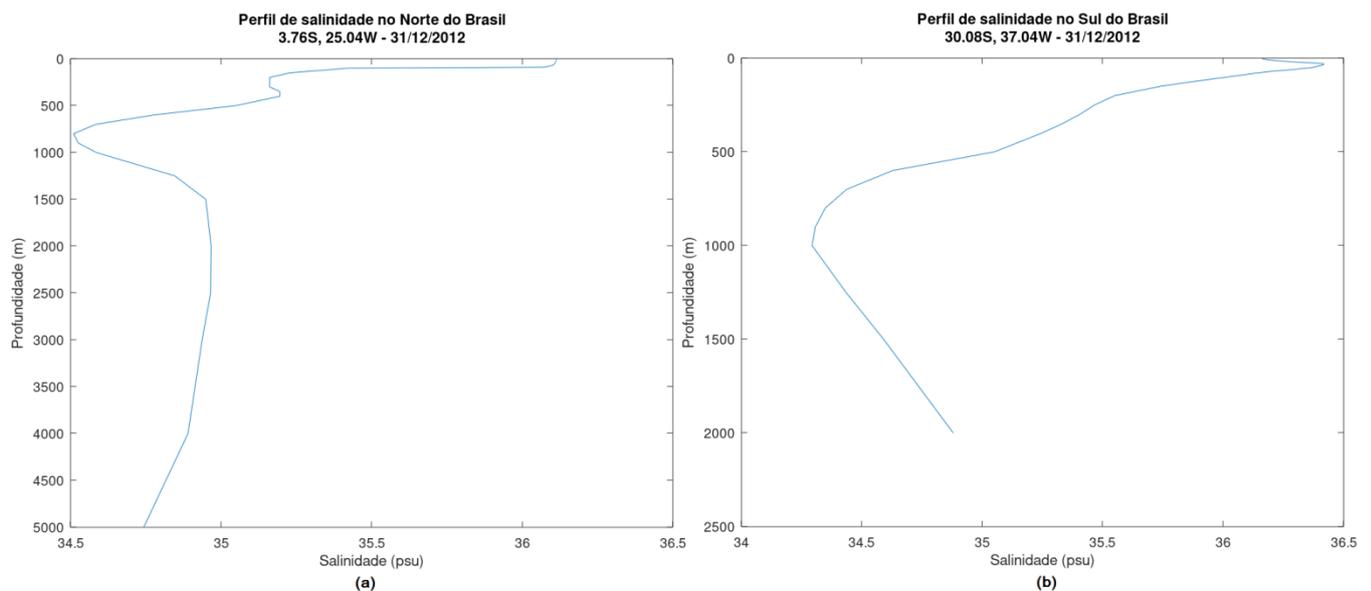


Figura 11 - Perfil de salinidade ao longo da profundidade no Norte (a) e Sul (b) do Brasil

A salinidade no ponto ao Norte do Brasil não apresenta grandes variações apesar do rápido decaimento de cerca de 1PSU nos primeiros 250 m de profundidade, variando de aproximadamente 36,1 PSU, que é o valor máximo, para aproximadamente 35,2 PSU. Dos 500m de profundidade até os 1000m a salinidade decai de forma linear, atingindo o menor valor observado, de 34,5 PSU. A salinidade volta a aumentar até aproximadamente 1500m de profundidade, atingindo 35 PSU onde permanece basicamente constante até a última profundidade analisada, de 5000m.

A salinidade no ponto ao Sul do Brasil também não apresenta grandes variações, mas nos primeiros metros de profundidade apresenta um crescimento saindo de 36 PSU na superfície para aproximadamente 36,5 PSU, que é o valor máximo encontrado. Após isso o valor da salinidade decai de forma quase linear até os 1000m de profundidade, onde atinge o seu valor mínimo de aproximadamente 34,5 PSU, voltando a aumentar até a ultima profundidade analisada, de cerca de 2000m, onde chega ao valor de 35 PSU.

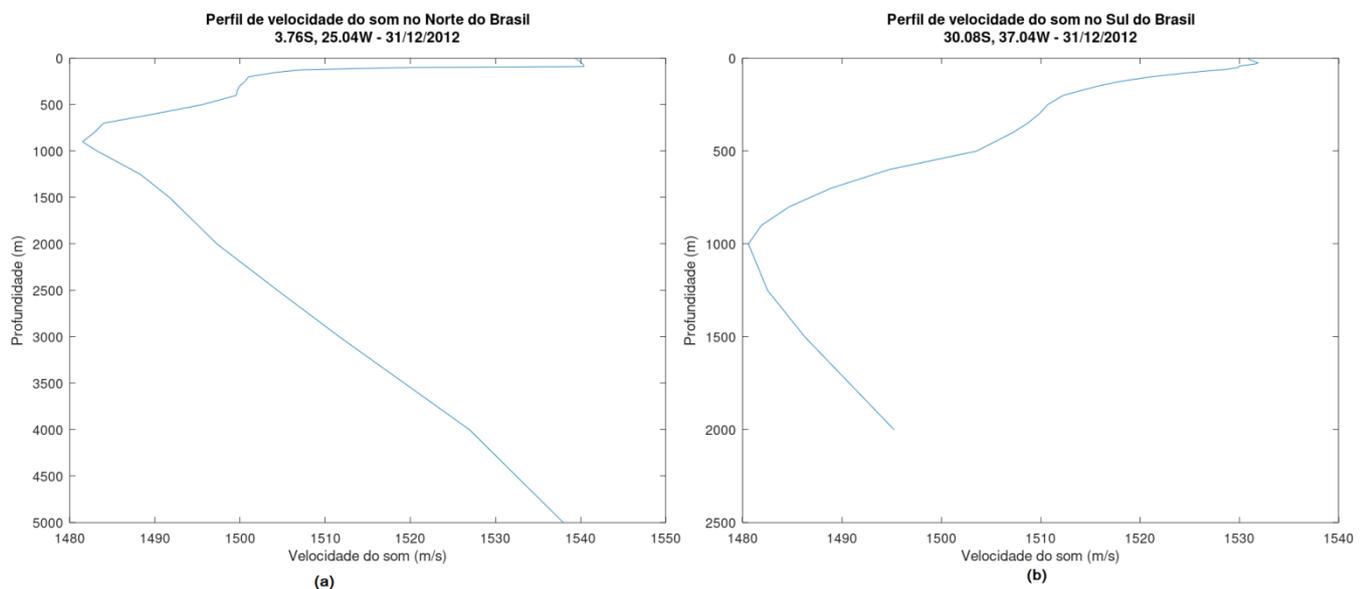


Figura 12 - Perfil de velocidade ao longo da profundidade no Norte (a) e Sul (b) do Brasil

Na Figura 12 pode-se observar os perfis de velocidade do som. Ambos os perfis apresentam maiores valores de velocidade próximos a superfície, em torno de 1540 m/s. No ponto ao norte essa velocidade decai rapidamente nos primeiros 250 m de profundidade, chegando a aproximadamente 1500 m/s.

Os menores valores se encontram próximos a profundidade de 1000m, chegando a aproximadamente 1400 m/s. Após isso a velocidade do som aumenta novamente de forma linear até a última profundidade considerada, chegando próximo aos 1540 m/s novamente.

No ponto ao sul do Brasil, a velocidade decresce de forma menos abrupta até os 1000 m de profundidade, onde apresenta o menor valor de velocidade, cerca de 1400m/s. Após a profundidade de 1000m o valor da velocidade volta a crescer até a última profundidade considerada, onde fica em torno de 1500 m/s.

#### **5.4.2 HYCOM: Temperatura, Salinidade e Velocidade do Som na Costa do Espírito Santo**

A região delimitada pelas latitudes 18°S e 22°S, e pelas longitudes 39°W e 27°W foi considerada para avaliar a temperatura e salinidade na costa do Espírito Santo. Dentro desta sessão foram analisados dados vindos de pontos coletados espaçados 0,08° tanto latitudinalmente quanto longitudinalmente.

Assim, pode-se perceber com dados reais a variação de salinidade e temperatura em diferentes cortes de profundidade na região, como mostrado nas Figuras 13 e 14, respectivamente.

A Figura 13 mostra que as taxas de salinidade tem baixa variabilidade tanto verticalmente (nas profundidades) quanto dentro da costa do Espírito Santo, enquanto a Figura 14 mostra a temperatura média cai consideravelmente com o aumento de profundidade.

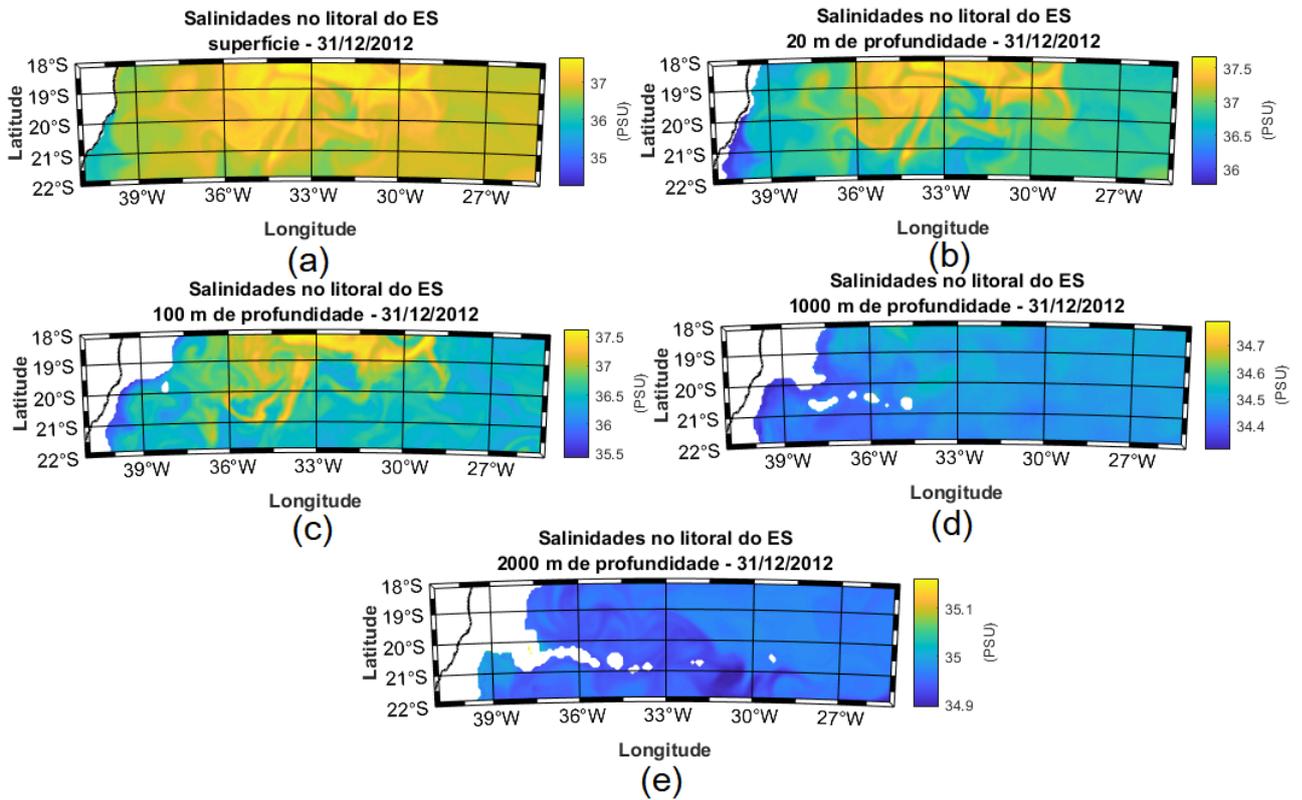


Figura 13 - Variação média da salinidade na costa do Espírito Santo a (a) 0 metros, (b) 20 metros, (c) 100 metros, (d) 1000 metros e (e) 2000 metros no verão.

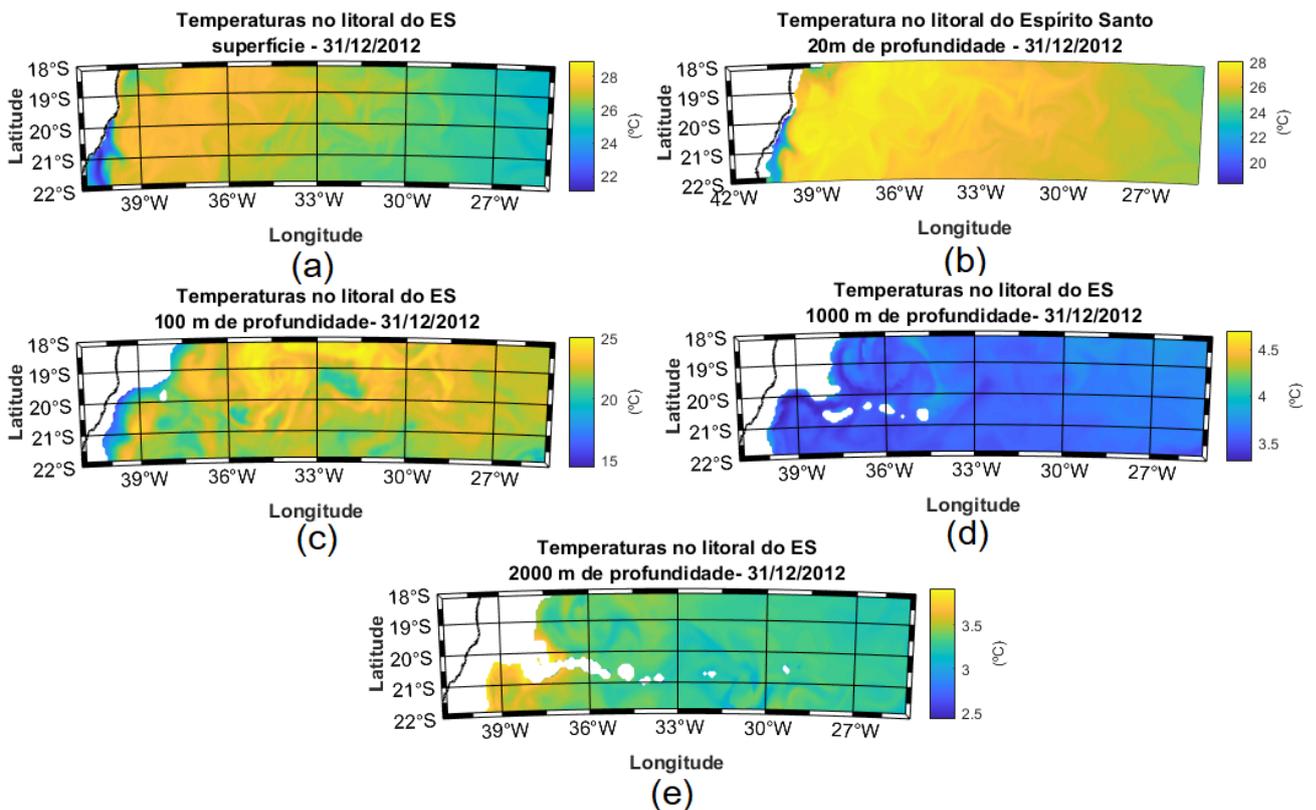


Figura 14 - Variação média da temperatura na costa do Espírito Santo a (a) 0 metros, (b) 20 metros, (c) 100 metros, (d) 1000 metros e (e) 2000 metros no verão.

A Figura 15 mostra os perfis de temperatura na latitude de 20.24°S, que está na altura da Praia de Carapebus, localizada na Serra/ES, e nas longitudes de 39°W, 36°W, 33°W, 30°W e 27°W. Pode-se observar que os perfis de temperatura nas latitudes escolhidas se mostram bem parecidos, com pequenas variações. A diferença está na profundidade na qual os dados de temperatura estão disponíveis, sendo o perfil de temperatura na longitude 27°W o que abarca dados em maiores profundidades, devido à maior distância da costa do ES.

A temperatura se mostra maior na superfície, estando em cerca de 27°C, decaindo rapidamente até os 1000m de profundidade, aonde chega a um valor aproximado de 4°C, permanecendo quase constante até o fundo do oceano que apresenta os menores valores, próximo a 2°C.

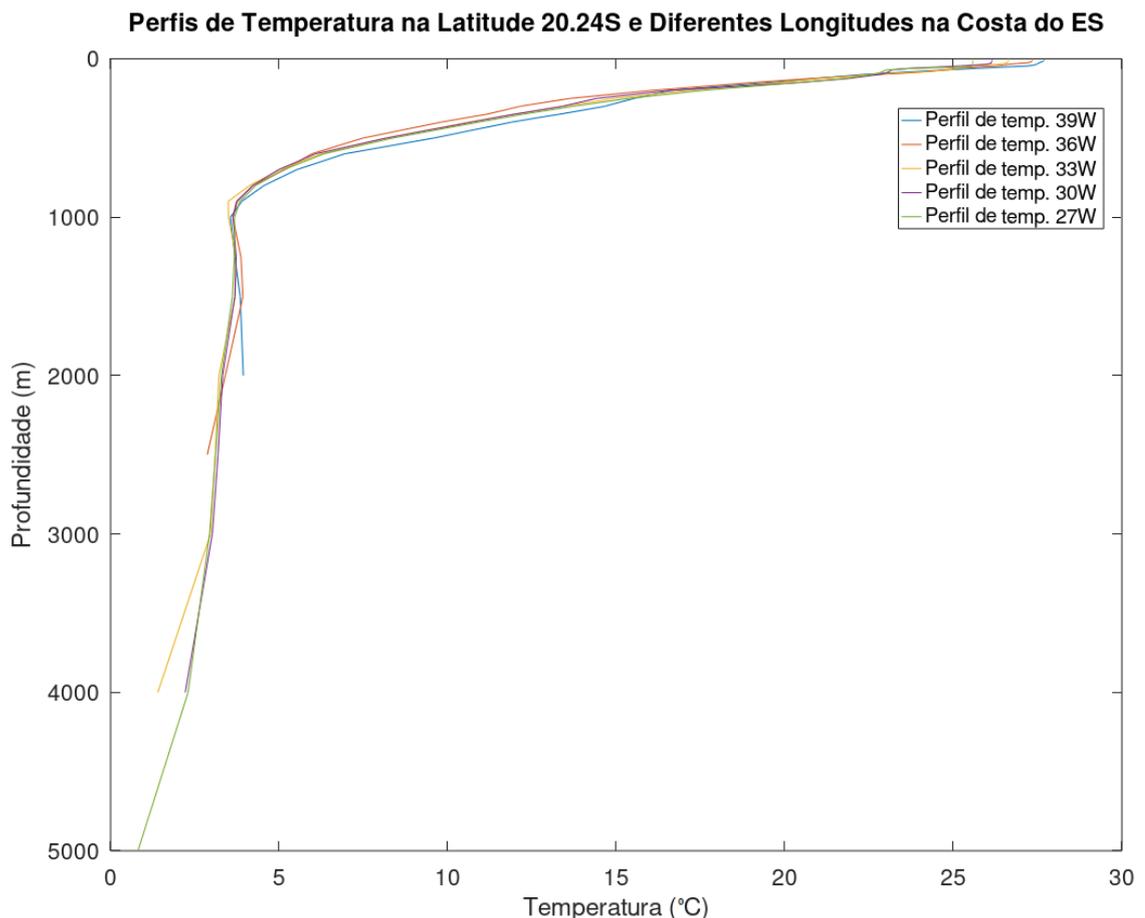


Figura 15 – Perfil de temperaturas ao longo da profundidade na Costa do ES em Latitude 20.24°S e Longitudes 39°W, 36°W, 33°W, 30°W e 27°W.

Na Figura 16 podemos observar os perfis de salinidade, que assim como os perfis de temperatura, se mostram parecidos nas diferentes longitudes.

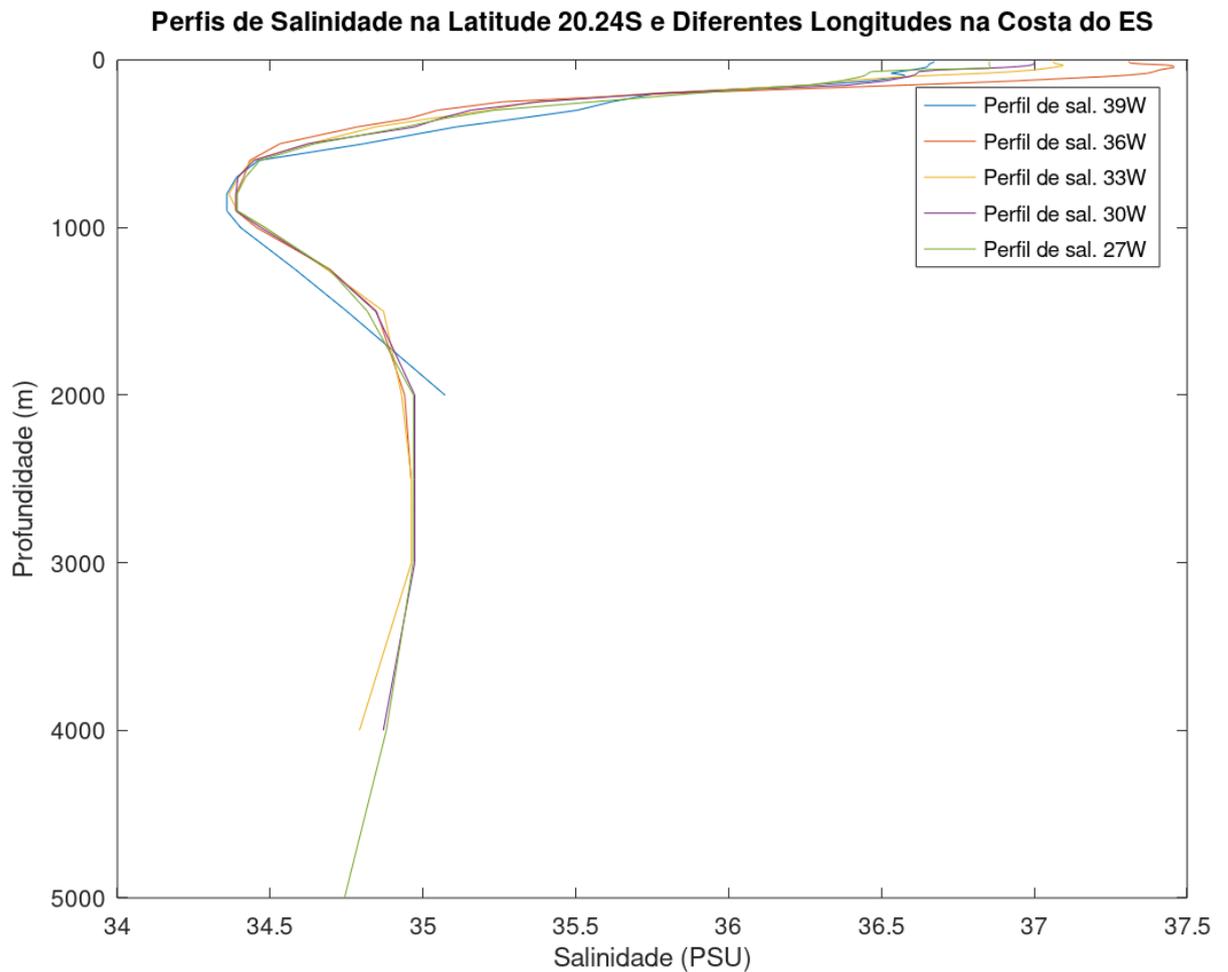


Figura 16 – Perfil de salinidades ao longo da profundidade na Costa do ES em Latitude 20.24°S e Longitudes 39°W, 36°W, 33°W, 30°W e 27°W.

O perfil de salinidade se assemelha ao perfil de temperatura. As salinidades ao longo das longitudes se mostram maiores próximos à superfície, chegando a valores próximos de 37,5 PSU. Esses valores decrescem até a profundidade de 1000 m, onde atingem os menores valores, cerca de 34,5 PSU. Esses valores aumentam novamente e permanecem constantes até a última profundidade onde os perfis de salinidade estão sendo analisados.

A figura 17 mostra os perfis de velocidade, calculados com base nos dados de temperatura, salinidade e profundidade obtidos pelo HYCOM.

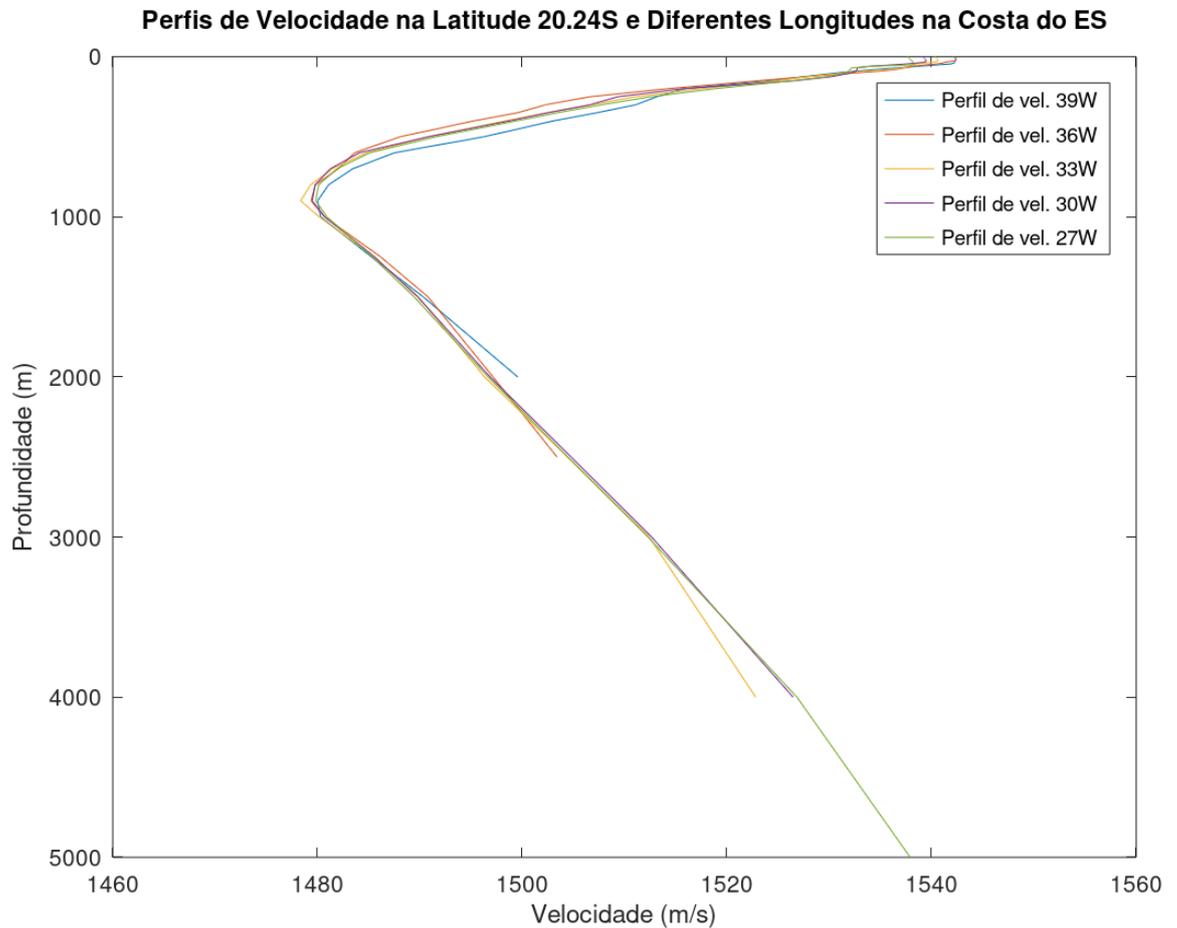


Figura 17– Perfil de velocidades ao longo da profundidade na Costa do ES em Latitude 20.24°S e Longitudes 39°W, 36°W, 33°W, 30°W e 27°W.

Os perfis de velocidade analisados se mostram basicamente iguais, com o maior valor de velocidade próximo a superfície, de aproximadamente 1540 m/s. A velocidade perto do nível da água do mar é superior, dada a natureza mais quente das águas à superfície. Nesta altura, nem a pressão nem a salinidade têm muito impacto no rumo do perfil, associado à baixa profundidade. A velocidade decai rapidamente à medida que a profundidade aumenta, até ao momento que a temperatura da água estabiliza aproximadamente no valor 2°C, apresentando o menor valor na profundidade de aproximadamente 1000 m, sendo este em torno de 1480 m/s. Após atingir esse valor de velocidade, a influência da pressão e salinidade

começa a ser sentida, resultando num aumento estável da velocidade com a profundidade.

Na Figura 17 pode-se observar o canal em profundidade, ou canal SOund Fixing and Ranging (SOFAR), que é característico das águas profundas e uma consequência do formato que o perfil de velocidade do som adquire. O perfil de velocidades das águas profundas possui, entre a termoclina e a camada isotérmica profunda, um mínimo que, em latitudes médias, se situa à profundidade aproximada dos 1000 metros, profundidade correspondente ao eixo do canal (URICK, 1979).

#### **5.4.3 Simulação da propagação da onda acústica para um perfil de Velocidade real na Costa do ES**

Os dados foram coletados do Hycom que nos fornece uma malha de pontos espaçados  $0,08^\circ$  em latitude e longitude, contendo dados de salinidade e temperatura da água. Para cada um destes pontos tem-se os dados em um vetor de 40 valores, correspondendo às 40 profundidades que o Hycom fornece, sendo importante ressaltar que esses valores de profundidade não variam de forma igualmente espaçada. Dado isso, pode-se enxergar os dados fornecidos como matrizes 3D nas dimensões latitude, longitude e profundidade.

Vale destacar que o Hycom fixa o espaçamento em graus, porém este valor em metros pode variar de acordo com as latitudes e longitudes. Na área costeira capixaba essas distâncias se mantiveram em aproximadamente 9km.

O modelo desenvolvido necessita do perfil de velocidade de uma área como entrada para descrever como a onda se propaga naquela região, para isso foram utilizadas as salinidades e temperaturas vindas do Hycom para calcular a velocidade em um ponto. Porém, isto nos oferece perfis com poucos pontos preenchidos na profundidade e muito distantes (aproximadamente 9000m) uns dos outros.

A figura 18 mostra a variação da velocidade na costa do Espírito Santo na Latitude de  $24.24^\circ\text{S}$  (na altura da Praia de Camburi) e seção variando nas Longitudes  $39^\circ\text{S}$  a  $27^\circ\text{S}$ , essa seção pode ser observada nas Figuras 13 e 14.

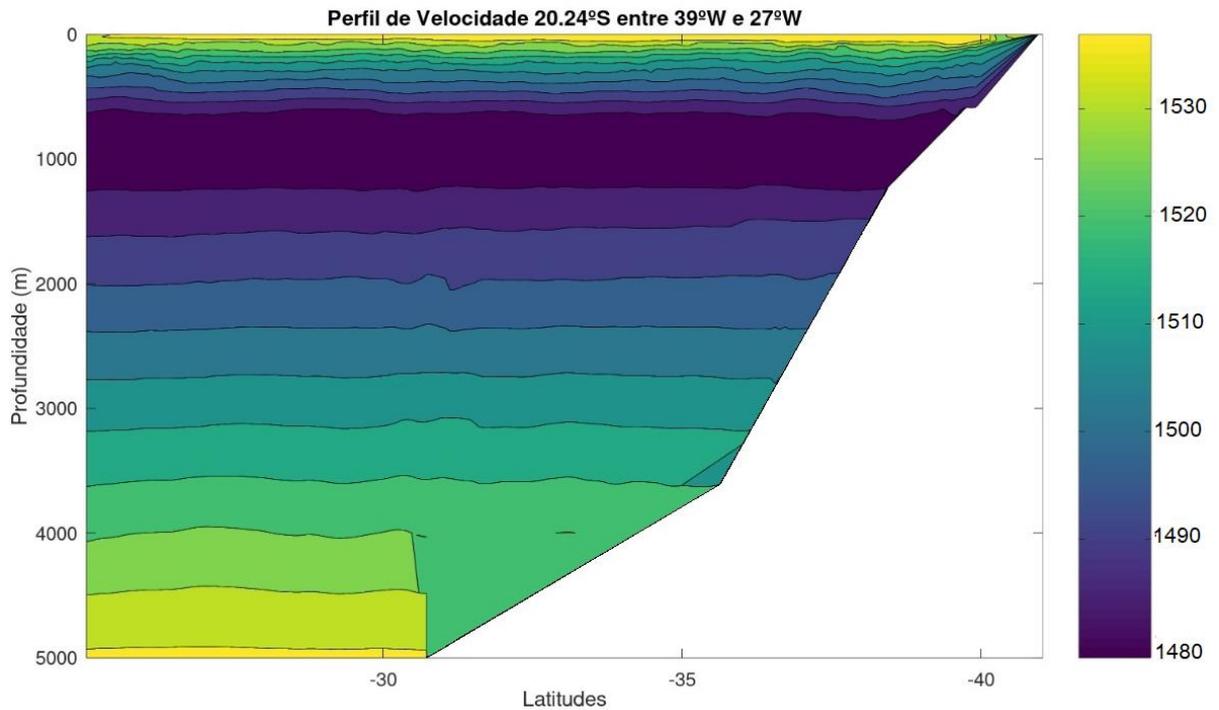


Figura 18 - Perfil de Velocidade na costa do Espírito Santo na Latitude de 24.24°S e seção variando nas Longitudes 39°S a 27°S.

Pode-se observar que os maiores valores de velocidade se encontram na superfície, decaindo até 1000m e após isso subindo novamente até o fundo. É possível verificar, observando os espaços brancos que representam a falta de dados de velocidade, que nas menores longitudes a quantidade de dados é maior devido as maiores profundidades.

As Figuras 19, 20 e 21 mostram os perfis de temperatura conforme Figura 14, salinidade conforme Figura 15 e velocidade, obtidos na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S. Essa seção foi escolhida pois possibilita a visualização dos perfis com todos os dados fornecidos pelo HYCOM em todas as 40 profundidades fornecidas.

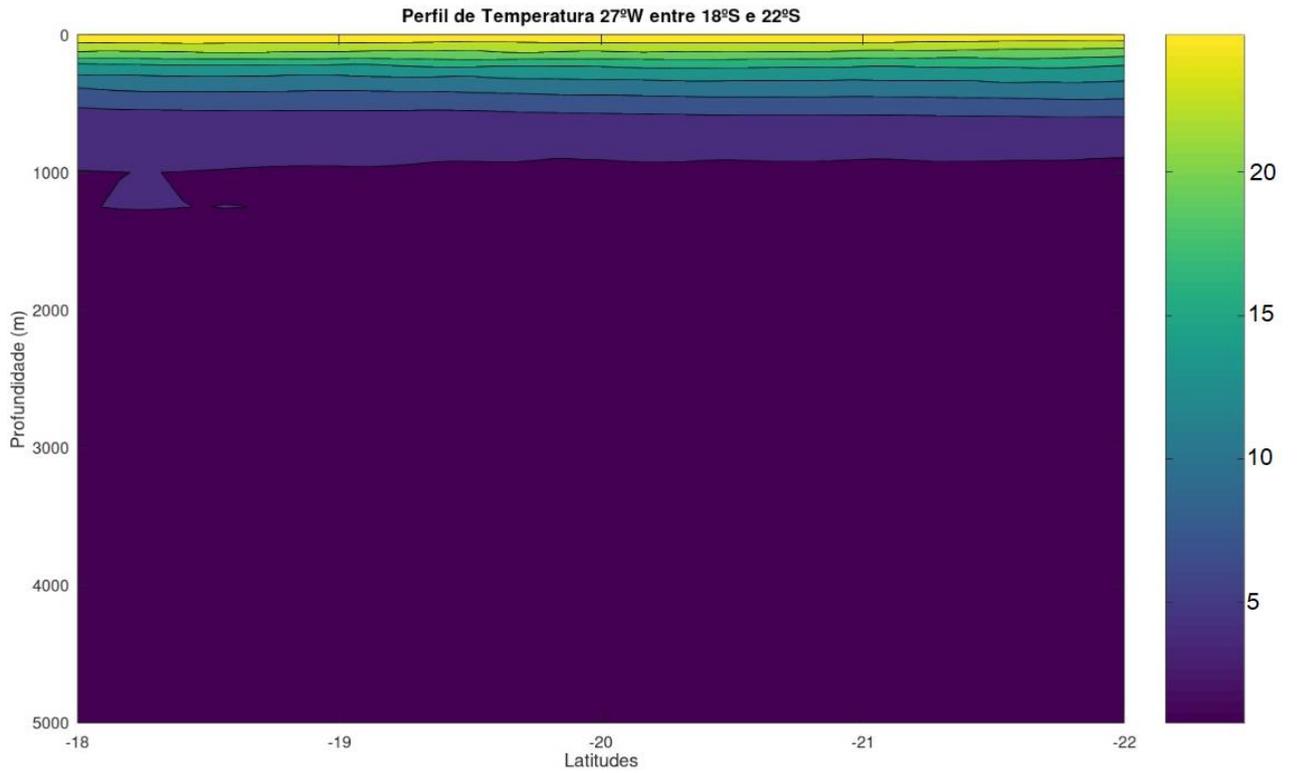


Figura 19 - Perfil de Temperatura na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S.

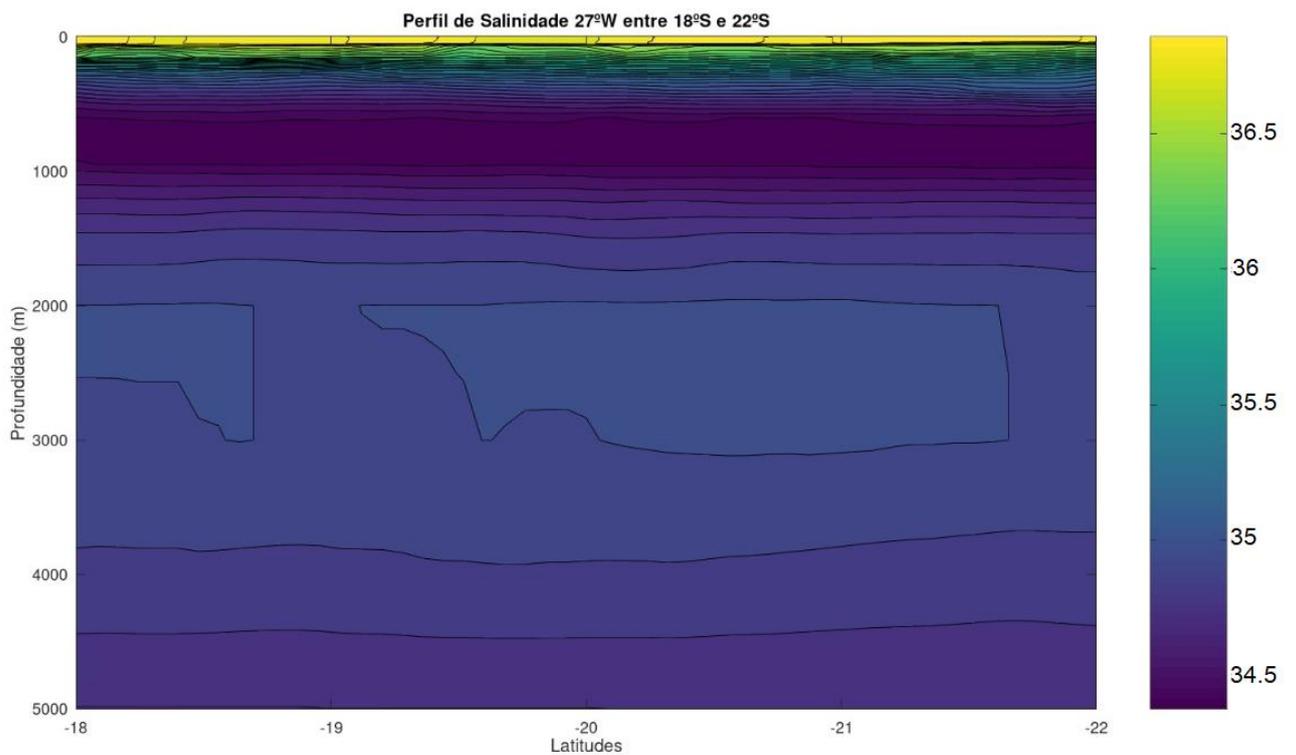


Figura 20 - Perfil de Salinidade na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S

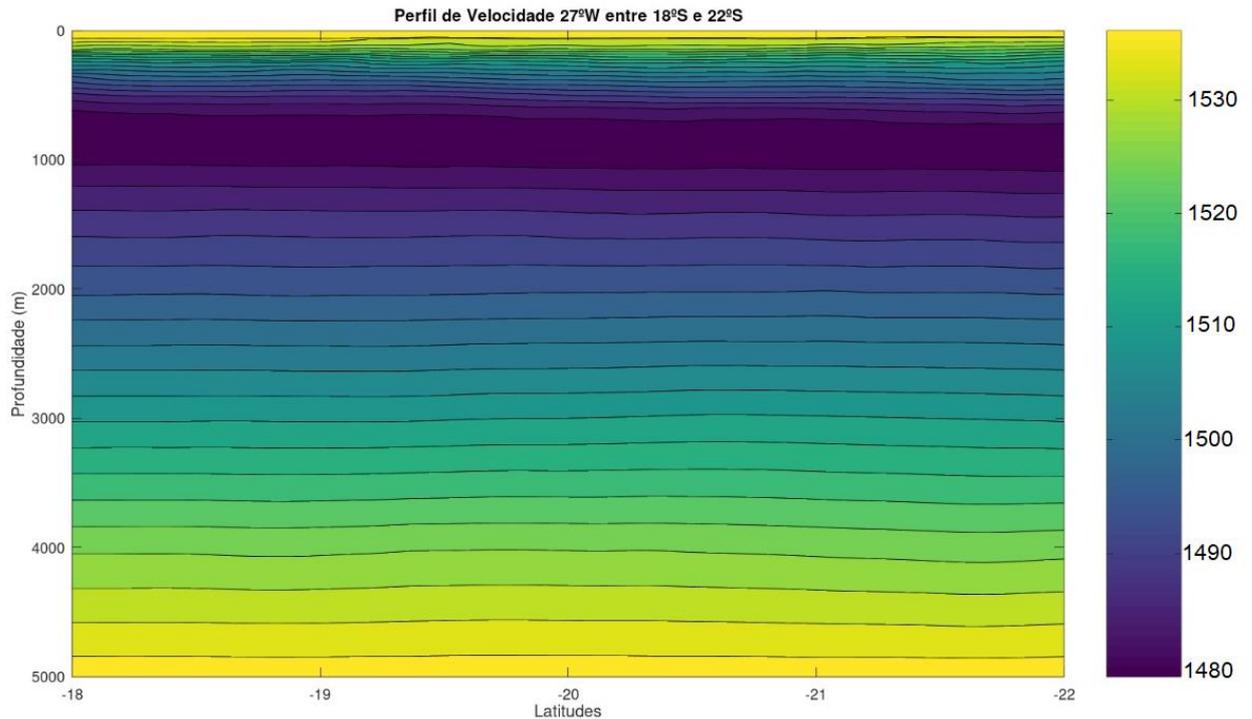


Figura 21 – Perfil de Velocidade na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S.

Analisando as Figuras 19, 20 e 21, é possível verificar que a temperatura, salinidade e velocidade variam tanto com a profundidade quanto com as latitudes. A Figura 19 mostra o perfil de temperatura na costa do Espírito Santo, com isolinhas variando de 3 em 3 °C, a Figura 20 mostra o perfil de salinidade na costa do Espírito Santo, com isolinhas variando de 3 em 3 PSU e a Figura 21 mostra o perfil de velocidade na costa do Espírito Santo, com isolinhas variando de 3 em 3 m/s. As isolinhas possibilitam a melhor análise dos resultados.

Pode-se observar analisando a Figura 19 que os maiores gradientes de velocidade ocorrem próximos a superfície e ao atingir a profundidade de 1000 metros (SOFAR) a temperatura diminui e permanece constante até o fundo. Analisando a Figura 20 também é possível analisar o mesmo comportamento pra salinidade, com os menores valores no SOFAR, voltando a crescer após a profundidade de 1000 metros. Na Figura 21 o mesmo é válido para a velocidade.

O sismograma construído a partir do perfil de velocidade na costa do Espírito Santo na longitude de 27°W e seção variando nas latitudes 18°S a 22°S pode ser

observado na Figura 22. Para a elaboração do mesmo foi utilizada a fonte do tipo Ricker (49) com frequência de 80HZ e tempo de simulação de 0,1 segundos. O tempo de simulação escolhido foi o suficiente para que pudéssemos observar a onda se propagando na seção escolhida e suas reflexões devido às interações com o meio.

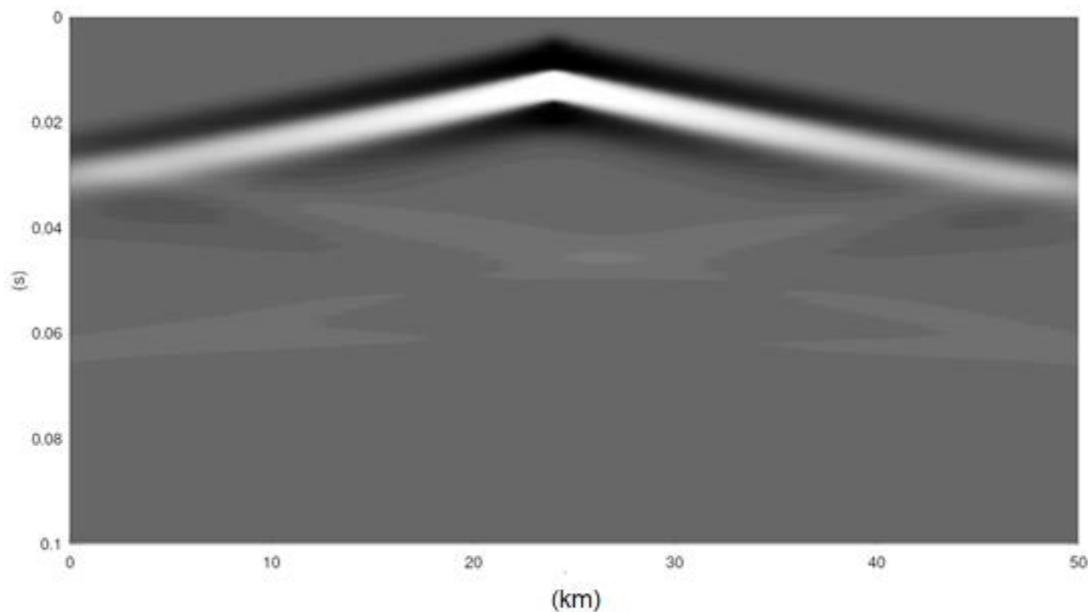


Figura 22 – Sismograma referente ao Perfil de Velocidade na costa do Espírito Santo na Longitude de 27°W e seção variando nas Latitudes 18°S a 22°S.

Pode-se observar que o sinal de propagação da onda gerada pela fonte de pressão leva aproximadamente 0,025 segundos para atingir as bordas laterais. Devemos considerar que o ambiente possui variações horizontais e verticais de velocidades, sendo assim, é possível notar reflexões geradas a partir da interação da frente de onda com a interface do meio, que mostram que existem descontinuidades no perfil de velocidade considerado. Essa descontinuidade se mostra presente no canal SOFAR, onde a velocidade em 1000 metros é a mais baixa encontrada, voltando a crescer a partir deste ponto. As reflexões capturam essa mudança.

Recorrendo a estratégia de preencher os pontos desconhecidos com interpolação linear, foram selecionados dentro da região da costa do Espírito Santo, cortes

latitudinais na altura de Vitória/ES (20,24°S a 20,32°S), mais especificamente nas latitudes que correspondem à praia de Camburi (20,26° a 20,29°), em diversas longitudes entre 39°W a 27°W (cerca de 130 km e 1400 km da costa).

Para isso dado um perfil com seus 40 pontos representando as profundidades, foi realizada uma interpolação linear, obtendo um perfil preenchido até a profundidade máxima registrada no HYCOM para aquela coordenada. Sendo assim, foi criado um vetor de  $p+1$  linhas correspondendo aos  $p$  metros de profundidade mais o valor na superfície.

Ainda assim o fato da distância fornecida pelo HYCOM ser de 0,08° (9km) dificulta o processamento desses dados no modelo pois uma matriz com elementos espaçados em 1m nos daria 9000 colunas entre os perfis conhecidos em branco.

Para preencher estas colunas em branco uma segunda interpolação linear foi realizada. Este cálculo permite calcular para uma profundidade  $p$  qualquer, a taxa de crescimento de velocidade entre vetores a  $p$  metros de profundidade.

Finalizadas as interpolações nota-se a melhora na representatividade dos dados e por consequência o modelo desenvolvido para a propagação da onda acústica pode ser executado de forma a fornecer melhores dados.

Vale destacar que como citado anteriormente é inalcançável no momento gerar a matriz interpolada de uma área muito grande, pois no caso da costa capixaba, por exemplo, seriam necessárias matrizes de dimensões 5000x450000 para as velocidades, portanto decidiu-se neste trabalho considerar a propagação da onda na altura da Praia de Camburi, que tem aproximadamente 3000m de comprimento, gerando matrizes interpoladas de no máximo 5000x3000 a partir de dois pontos com 40 profundidades originais.

Os perfis de velocidade interpolados na seção latitudinal entre 20.26°S e 20.29°S nas longitudes 39.04°W, 36°W, 33.04°W, 30°W e 27.04°W podem ser observados na Figura 23.

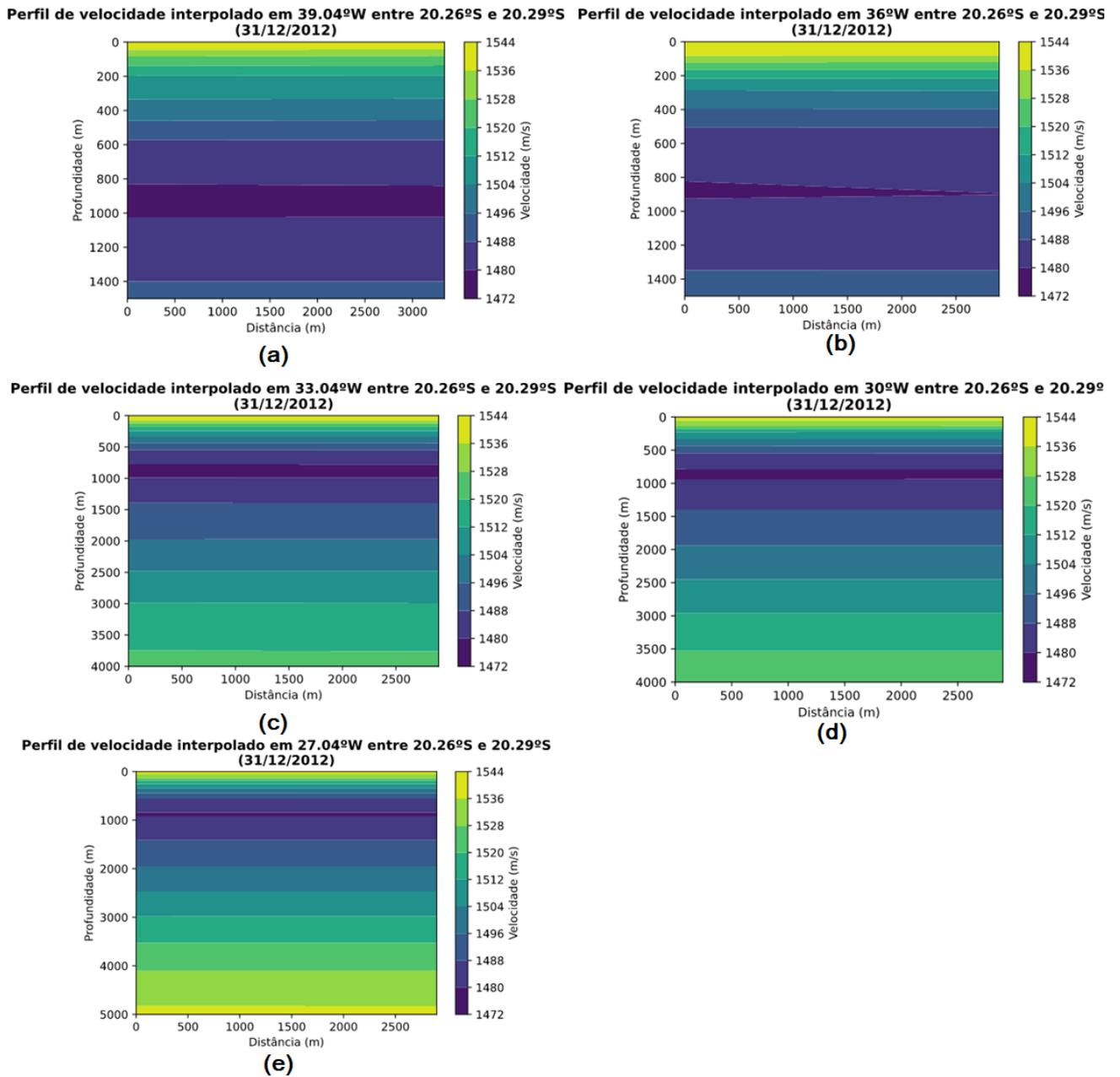


Figura 23 - Perfis de velocidade na seção latitudinal entre 20.26°S e 20.29°S nas longitudes 39.04°W (a), 36°W (b), 33.04°W (c), 30°W (d) e 27.04°W (e).

A partir dos perfis de velocidade acima, foram construídos os sismogramas, conforme mostra Figura 24.

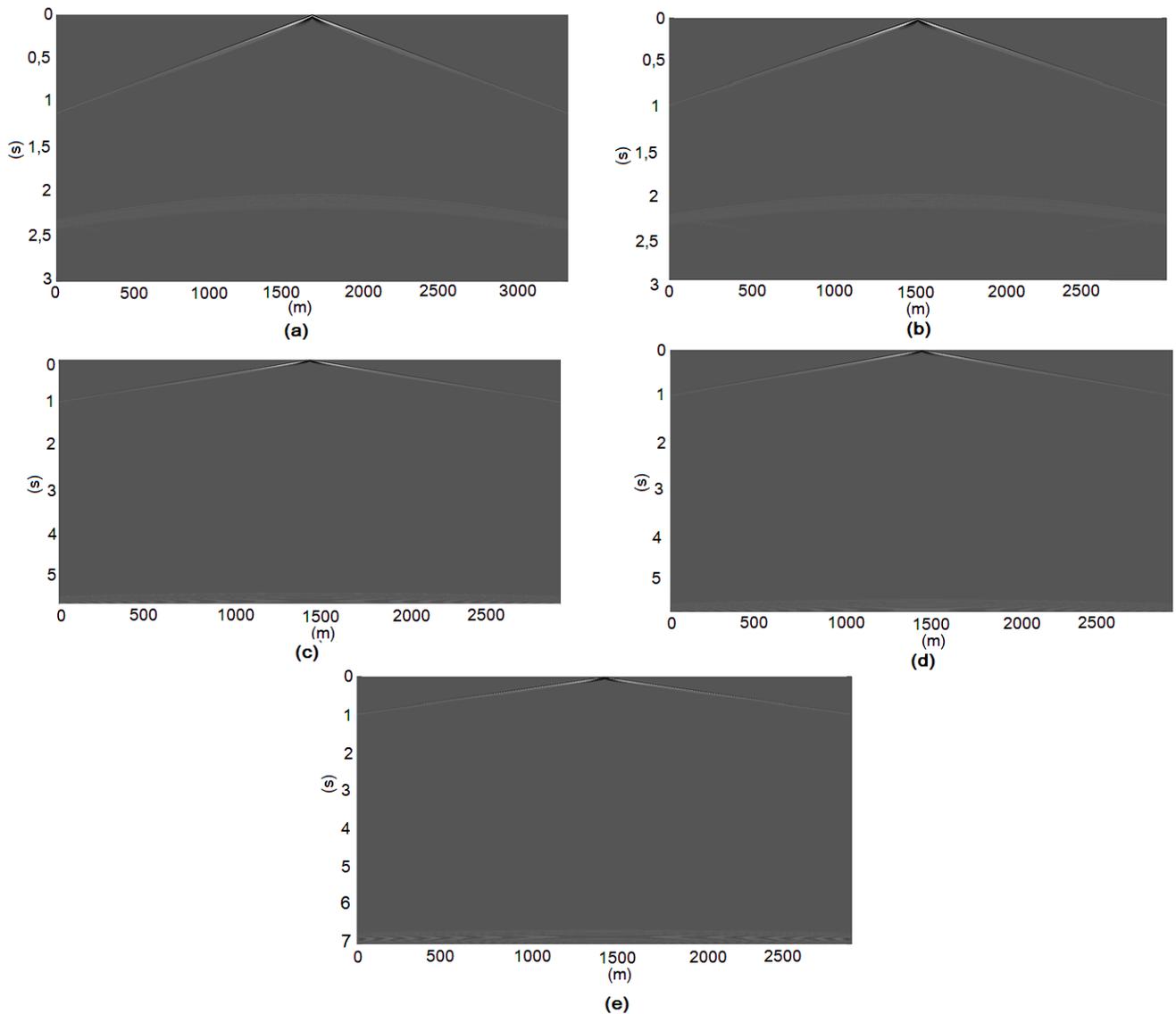


Figura 24 – Sismogramas referentes aos perfis de velocidade das Figuras 18 (a), (b), (c), (d) e (e).

Podemos observar nas Figuras 23a e 23b referentes aos perfis traçados na longitude 39.04°W e 36°W, respectivamente, maiores reflexões. Essas reflexões ocorrem devido à variação da velocidade no meio onde a frente de onda está se propagando. As reflexões nos demais sismogramas se apresentam de forma suave, visto que a velocidade não varia de forma abrupta.

## 6 CONCLUSÕES

O modelo numérico da equação linear que descreve a propagação da onda acústica gerada por uma fonte de pressão em um meio não homogêneo foi implementado de forma satisfatória usando o método das diferenças finitas no domínio do tempo e a condição de contorno de absorção para uma onda plana em duas dimensões foi satisfatória para capturar as características principais do meio.

Os dados de temperatura e salinidade para diferentes profundidades, obtidos no HYCOM, puderam ser aplicados na equação da velocidade da onda acústica, que foi utilizada na equação da onda acústica para meios não homogêneos, de modo que foi possível a simulação e visualização do comportamento da propagação da onda acústica no oceano.

A capacidade computacional para que fosse possível a simulação de um perfil com mais pontos se mostrou uma dificuldade na elaboração do trabalho, bem como o espaçamento entre os pontos onde os dados do HYCOM são fornecidos. A utilização de um domínio mais refinado ajudaria a entender melhor a problemática, possibilitando uma melhor simulação do ambiente, com maior riqueza de detalhes e maior proximidade com a realidade.

Pode-se concluir que a modelagem da propagação acústica é uma ótima ferramenta para que se possa entender o comportamento da onda acústica a medida que ela se propaga no ambiente, como mostrado através da simulação dos casos reais realizadas neste trabalho.

A utilização de métodos numéricos mais complexos, condições de contorno de maior eficiência e a utilização de um ambiente mais refinado para a simulação se mostram como futuros desafios no estudo da modelagem acústica.

## REFERÊNCIAS

- AJO-FRANKLIN, J. B. Frequency-Domain Modeling for the Scalar Wave Equation: An Introduction. 2005. Disponível em: < <http://dspace.mit.edu>>. Acesso em: 23 nov. 2020, 11:05:00.
- ANDERSON, D. A.; TANNEHILL, J. C.; PLETCHER, R. H. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. 2a ed. Washington: Taylor & Francis, 1997.
- BATCHELOR, G. K. An Introduction to Fluid Dynamics. 1ª ed. Cambridge: Cambridge Mathematical Library, 2002.
- BOBBER, R. J. Underwater Electroacoustic Measurements. 1º ed. Florida, USA: Naval Research Laboratory, 1972.
- BREKHOVSKIKH, L.M.; LYSANOV, Y.U.P. Fundamentals of Ocean Acoustics. 3. ed. New York: Springer Verlag, 2003.
- BROEZE, J.; VAN DAALEN, E.F.G. Radiation Boundary Conditions for the two-dimensional wave equation from a variational principle. Mathematics of Computation, v. 58, n. 197, p. 73-82 ,1992.
- CARVALHO J.; OLIVEIRA O. Introdução à Oceanografia Física. Rio de Janeiro: Interciência, 2014.
- CERJAN, C. et al. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations. Geophysics, v. 50, n. 4, p. 705–708, 1985.
- CHACALTANA, J. T. A. et al. Propagação de ondas acústicas em meios heterogêneos pelo método dos volumes finitos em malhas não estruturadas. XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computacional Methods in Engineering. Rio de Janeiro - RJ: Novembro 22-25, 2015
- CHALOT, F.; HUGHES, T. J. R.; SHAKIB, F. Symmetrization of conservation laws with entropy for high-temperature hypersonic computations. Comput. Syst. Engrg., vol. 1, pp. 495–521, 1990.

COSTA, E. S. Utilização de parâmetros acústicos para quantificação de parâmetros hidrológicos. [s.l.]. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais - Escola de Engenharia, 2014.

COSTA, E. S.; MEDEIROS, E. B. Estudo sobre a propagação acústica em águas rasas. Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia. Lisboa, 2015.

CORREA, C. J. Estudo da Propagação Acústica no Mar na Camada de Mistura. [s.1]. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro – COPPE, 2008.

DOS SANTOS, R. H. M.; FIGUEIRÓ, W. M. Modelagem acústica bidimensional usando diferentes parametrizações de campos de velocidades. Revista Brasileira de Geofísica, v. 24, n. 1, p. 103–115, 2006.

GERGES, S., Ruído: Fundamentos e Controle. Florianópolis, 1992.

HENKE, C. Separation of acoustic waves in isentropic flow perturbations. Annals of Physics, v.355, p. 70–86, 2015.

IBAMA (Brasil). Informação Técnica ELPN/IBAMA Nº 012/03: Impactos Ambientais da Atividade de Prospecção Sísmica Marítima. Escritório de Licenciamento das Atividades de Petróleo e Nuclear. Rio de Janeiro. 2003.

ISRAELI, M.; ORSZAG, S. A. Approximation of radiation boundary conditions. Journal of Computational Physics, v. 41, n. 1, p. 115-135, 1981.

JENSEN, F. B., KUPERMAN, A. W., PORTER, M. B., SCHIMIDT, H. Computational Ocean Acoustics. 1 ed. New York, American Institute of Physics Press, 1994.

LURTON, X. An Introduction to Underwater Acoustics: Principles and Applications. 2. ed. UK: Springer-Praxis Books in Geophysical Sciences., 2010.

MEDWIN, H.; CLAY, C.S. Fundamental of Acoustical Oceanography. 1º ed. California, USA: Academic Press, 1998.

MACKENZIE K.V. Discussion of sea water sound speed determinations. J. Acoust. Soc. Am., v. 70, p. 801-806, 1981.

MACKENZIE K.V. Nine term equations for sound speed in the ocean. *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 70, p. 807-812, 1981.

MOREIRA, R. M. et al. "Frequency-domain acoustic-wave modeling with hybrid absorbing boundary conditions". *Journal of Geophysics*, vol. 79, n. 5, pp. A39-A44, 2014.

MUNK, W. H.; FORBES, A. M. G. Global ocean warming: an acoustic measure. *Journal Phys. Oceanogr.* v. 19, p. 1765-1778, 1989.

NYSTUEN, J. A.; FARMER D.M. The sound generated by precipitation striking the ocean surface, *Sea Surface Sound: Natural Mechanisms of Surface Generated Noise in the Ocean*, KERMAN, B. R. Kluwer Academic, p. 485-499, Dordrecht, 1988.

RICHARDSON, W.J.; WÜRSIG, B. Significance of Responses and Noise Impacts. *Marine Mammals and Noise*. p. 387-424, 1995.

RICHARDSON, W. J.; GREEN C. R. J; MALME, C. I.; THOMPSON, D. H. *Marine Mammals and Noise*. San Diego: Academic Press. 576 p. 1995.

RODRÍGUEZ, O. C.; Modelos de Propagação Acústica Submarina: comparação de resultados com a solução analítica do problema de 3 camadas. Trabalho de síntese relativo as provas de aptidão Pedagógica e Capacidade Científica. Universidade do Algarve. 1995.

SANTOS, M. E.; COUTINHO, M.N.; RITA, L. A.; GONÇALVES, E.J. Monitoring Underwater Explosions in the Habitat of Resident Bottlenose Dolphins. *The Journal of the Acoustical Society of America*. n. 6, v. 6 , p. 3805-3808, 2010.

SILVA, V. F. Estratégias para Estudos de Iluminação Sísmica Baseadas na Equação da Onda. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro – COPPE, 2011.

STRAMMA, L.; IKEDA, Y; PETERSON, R.G. Geostrophic transport in the Brazil Current region north of 20°S. *Deep Sea Research*, n. 12, v. 37, p. 1875-1886, 1990.

TOMCZAK, M. Distribuição de temperatura e salinidade com a profundidade; a estratificação da densidade. Disponível em: <<http://www.physocean.icm.csic.es/IntroOc/lecture05-pt.html>>. Acesso em: dezembro de 2020.

URICK, R. J. Sound Propagation in the Sea. Washington D.C.: DARPA, 1979. 300 p.

XAVIER, B. C., Modelos de Propagação Acústica em Águas Rasas. Dissertação de Mestrado, Engenharia Oceânica, COPPE/UFRJ, 2005.

YEE, K. S., 1966, Numerical solution of initial boundary values problems involving maxwell's equations in isotropic media. IEEE Trans. Ant. Prop., v. 14, pp. 302–307.

ZENG, Y. Q.; LIU, Q. H. Acoustic detection of buried objects in 3-D fluid saturated porous media: numerical modeling. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, v. 39, n. 6, p. 1165–1173, 2001.

## APÊNDICE A

### CONCEITOS MATEMÁTICOS PARA A FORMULAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

O método das Diferenças Finitas é representado através da definição da derivada para uma função  $u(x, y)$  em  $x = x_0$  e  $y = y_0$ :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x_0 + \Delta x, y_0) - u(x_0, y_0)}{\Delta x} \quad (92)$$

Sendo esta, uma aproximação plausível para a primeira derivada de uma função qualquer  $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)$ , valido para um  $\Delta x$  suficientemente pequeno, mas finito.

O teorema do valor médio nos assegura que a representação da diferença é exata para algum ponto dentro do intervalo  $\Delta x$ . A derivada de uma função pode ser descrito de forma mais precisa com a expansão da Série de Taylor, que pode ser usada para construir uma aproximação discreta para qualquer derivada. Desenvolvendo uma expansão da Série de Taylor para  $u(x_0 + \Delta x, y_0)$  sobre  $(x_0, y_0)$  tem-se:

$$u(x_0 + \Delta x, y_0) = u(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_0 \frac{\Delta x^2}{2!} + \dots + \left(\frac{\partial^{n-1} u}{\partial x^{n-1}}\right)_0 \frac{\Delta x^{n-1}}{(n-1)!} + \left(\frac{\partial^n u}{\partial x^n}\right)_\xi \frac{\Delta x^n}{n!} \quad (93)$$

onde  $x_0 \leq \xi \leq (x_0 + \Delta x)$ .

Rearranjando, a diferença é dada por:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x_0, y_0} = \frac{u(x_0 + \Delta x, y_0) - u(x_0, y_0)}{\Delta x} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_0 \frac{\Delta x^2}{2!} - \dots \quad (94)$$

Utilizando a notação  $i, j$ , considera-se:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i, j} = \frac{u_{i+1, j} - u_{i, j}}{\Delta x} + \text{Erro de truncamento} \quad (95)$$

Onde  $u_{i+1, j} - u_{i, j} / \Delta x$  é a representação da diferença finita para  $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i, j}$ . O erro de truncamento é a diferença entre a derivada parcial e a representação de diferenças finitas. Quanto maior o truncamento da Série de Taylor, maior a precisão obtida na resolução da equação. Neste caso as séries de Taylor serão escritas igualmente

para  $\Delta x$  e  $\Delta y$ . Pode-se caracterizar o comportamento limitador do erro de truncamento utilizando o termo ( $O$ ) e sua ordem:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (96)$$

Um número infinito de representações de diferenças finitas pode ser encontrado para  $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j}$ , por exemplo, podemos expandir “para trás”:

$$u(x_0 - \Delta x, y_0) = u(x_0, y_0) - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_0 \frac{\Delta x^2}{2!} + \dots + \left(\frac{\partial^{n-1} u}{\partial x^{n-1}}\right)_0 \frac{\Delta x^{n-1}}{(n-1)!} + \left(\frac{\partial^n u}{\partial x^n}\right)_\xi \frac{\Delta x^n}{n!} \quad (97)$$

Obtendo:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (98)$$

Pode-se subtrair  $u(x_0 - \Delta x, y_0)$  de  $u(x_0 + \Delta x, y_0)$ , rearranjar e obter a aproximação central, dada por:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + O(\Delta x)^2 \quad (99)$$

Analogamente, pode-se somar  $u(x_0 - \Delta x, y_0)$  e  $u(x_0 + \Delta x, y_0)$ , rearranjar para obter a aproximação para a segunda derivada:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \quad (100)$$

Estes são apenas alguns exemplos das possíveis maneiras pelas quais a primeira e a segunda derivada podem ser aproximadas.

## APÊNDICE B

### APLICAÇÃO DA SÉRIE DE TAYLOR NO TERMO DO ESPAÇO DA EQUAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA

Analogamente ao que foi visto acima, aplicaremos o método das diferenças finitas no termo do espaço da equação (47).

No termo do espaço temos:  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c^2}{E} \frac{\partial P}{\partial x} \right)$

Ao dizer que:  $\frac{c^2}{E} = \Gamma$ , sendo  $\Gamma$  constante, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{I,J}^n = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{I,J}^n + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial y} \right) \Big|_{i,j}^n \quad (101)$$

Sendo  $g_{I,J} = \left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{I,J}^n$

$$g_{i-1,J}^n = g_{I,J}^n - \frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{I,J}^n \Delta x + O(\Delta x^2) \quad (102)$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{I,J}^n = \frac{g_{i+1,J} - g_{i-1,J}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (103)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{I,J}^n = \frac{\left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{i+1,J}^n - \left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{i-1,J}^n}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (104)$$

Em x:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{i+1,J}^n = \Gamma_{i+1,J} \left( \frac{P_{i+1,J}^n - P_{I,J}^n}{\Delta x^2} \right) - \Gamma_{i-1,J} \left( \frac{P_{I,J}^n - P_{i-1,J}^n}{\Delta x^2} \right) + O(\Delta x) \quad (105)$$

Analogamente para y:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial P}{\partial y} \right) \Big|_{I,j+1}^n = \Gamma_{I,j+1} \left( \frac{P_{I,j+1}^n - P_{I,j}^n}{\Delta y^2} \right) - \Gamma_{I,j-1} \left( \frac{P_{I,j}^n - P_{I,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) + O(\Delta y) \quad (106)$$

Os termos  $P_{I+1,J}^n$ ,  $P_{I,J}^n$  e  $P_{I-1,J}^n$ , serão dados pelas equações abaixo:

$$P_{I,J}^n = P_{I,J}^n \quad (107)$$

$$P_{I+1,J}^n = P_{I,J}^n + \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{I,J}^n \frac{\Delta x}{1!} + O(\Delta x^2) \quad (108)$$

Isolando  $\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{I,J}^n$  tem-se:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{I,J}^n = \frac{P_{I+1,J}^n - P_{I,J}^n}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (109)$$

Fazendo o mesmo para o termo  $P_{I-1,J}^n$ , tem-se:

$$P_{I-1,J}^n = P_{I,J}^n - \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{I,J}^n \frac{\Delta x}{1!} + O(\Delta x^2) \quad (110)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{I,J}^n = \frac{P_{I,J}^n - P_{I-1,J}^n}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (111)$$

Portanto o termo  $\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{I,J}^n$  é dado pela subtração de (108) e (111):

$$P_{I+1,J}^n - P_{I-1,J}^n = 2 \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{I,J}^n + O(\Delta x^3) \quad (112)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{I,J}^n = \frac{P_{I+1,J}^n - P_{I-1,J}^n}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (113)$$

E o termo  $\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \Big|_{I,J}^n$  é dado pela soma de (108) e (111):

$$P_{I+1,J}^n + P_{I-1,J}^n = 2P_{I,J}^n + 2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \Big|_{I,J}^n \frac{\Delta x^2}{2!} + O(\Delta x^4) \quad (114)$$

Isolando  $\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \Big|_{I,J}^n$ :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \Big|_{I,J}^n = \frac{P_{I+1,J}^n - 2P_{I,J}^n + P_{I-1,J}^n}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \quad (115)$$

## APÊNDICE C

### APLICAÇÃO DA SÉRIE DE TAYLOR NO TERMO DO TEMPO DA EQUAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA

Analogamente ao realizado com o termo do espaço, será aplicada a Série de Taylor no termo do tempo definimos os termos  $P_{I,J}^n$ ,  $P_{I,J}^{n+1}$  e  $P_{I,J}^{n-1}$ , dados pelas equações abaixo:

$$P_{I,J}^{n+1} = P_{I,J}^n + \left. \frac{\partial P}{\partial t} \right|_{I,J}^n \frac{\Delta t}{1!} + O(\Delta t^2) \quad (116)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial t} \right|_{I,J}^n = \frac{P_{I,J}^{n+1} - P_{I,J}^n}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (117)$$

$$P_{I,J}^{n-1} = P_{I,J}^n - \left. \frac{\partial P}{\partial t} \right|_{I,J}^n \frac{\Delta t}{1!} + O(\Delta t^2) \quad (118)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial t} \right|_{I,J}^n = \frac{P_{I,J}^n - P_{I,J}^{n+1}}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (119)$$

Portanto o termo  $\left. \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right|_{I,J}^n$  é dado por:

$$\left. \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right|_{I,J}^n = \frac{P_{I,J}^{n+1} + P_{I,J}^{n-1} - 2P_{I,J}^n}{\Delta t^2} + O(\Delta t^2) \quad (120)$$

Aplicando na equação da onda acústica e isolando o termo  $P_{I,J}^{n+1}$ , tem-se:

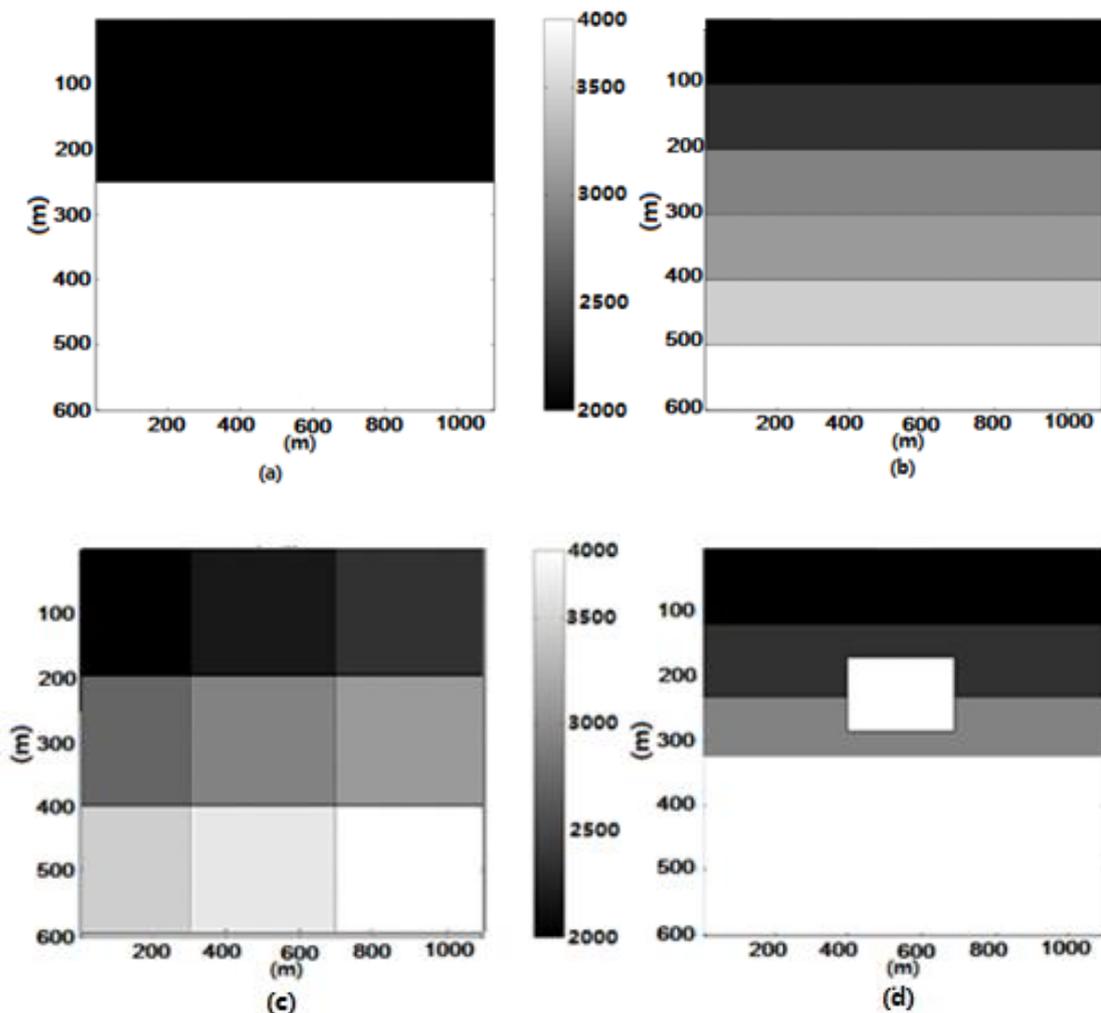
$$\left. \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right|_{I,J}^n = \frac{P_{I,J}^{n+1} - 2P_{I,J}^n + P_{I,J}^{n-1}}{\Delta t^2} + O(\Delta t^2) \quad (121)$$

## APÊNDICE D

### SIMULAÇÃO DOS CAMPOS DE VELOCIDADES PROPOSTOS POR DOS SANTOS & FIGUEIRÓ (2006)

Foram reproduzidos os campos de velocidades propostos no artigo de dos Santos & Figueiró.

Os modelos sísmicos possuem graus de complexibilidade crescente na sequência a seguir:  $M_I$  (possui duas camadas homogêneas separadas por interface horizontal, Figura 25a),  $M_{II}$  (possui seis camadas homogêneas, Figura 25b),  $M_{III}$  (possui variações laterais e verticais, Figura 25c),  $M_{IV}$  (possui quatro camadas e uma intrusão, Figura 25d),  $M_V$  (três camadas com uma falha normal, Figura 25e),  $M_{VI}$  (três camadas e uma bacia, Figura 25f).



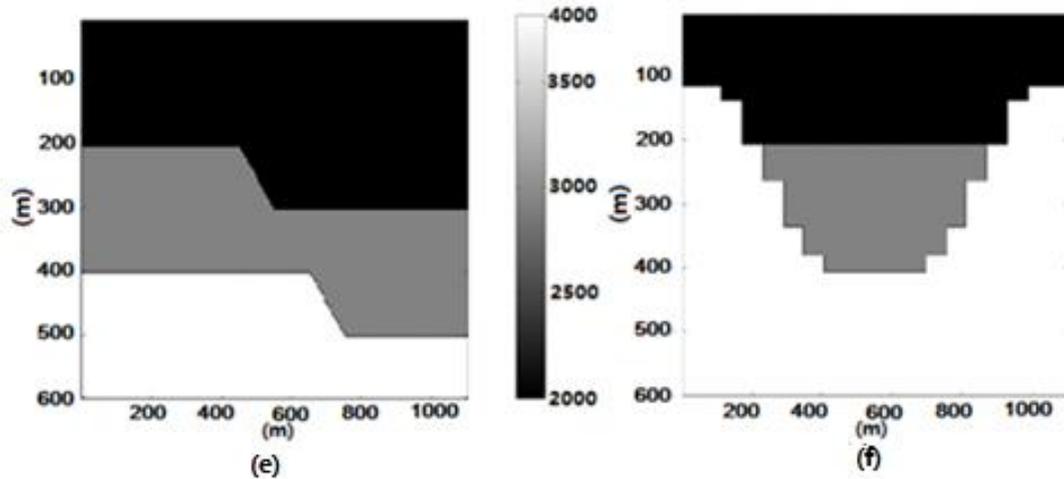


Figura 25 - Campos de velocidade MI (a); MII (b); MIII (c); MIV (d); MV (e) e MVI (f) propostos por Santos & Figueiró (2006).

Os parâmetros descritos na Tabela foram utilizados para a reconstrução dos exemplos propostos e a fonte do tipo Ricker (49) foi considerada:

Tabela 4 – Parâmetros utilizados para a reconstrução do artigo de dos Santos & Figueiró (2006)

Parâmetros	Valores
$f_p$	80 Hz
$L_x$	1100.0 m
$L_y$	600.0 m
$\Delta x = \Delta y$	1.0 m
$N_x$	1101
$N_y$	601
$x_f$	550.0 m
$y_f$	2.0 m
$t_{max}$	0.5 s
$c_{max}$	4000 m/s
$c_{min}$	2000 m/s

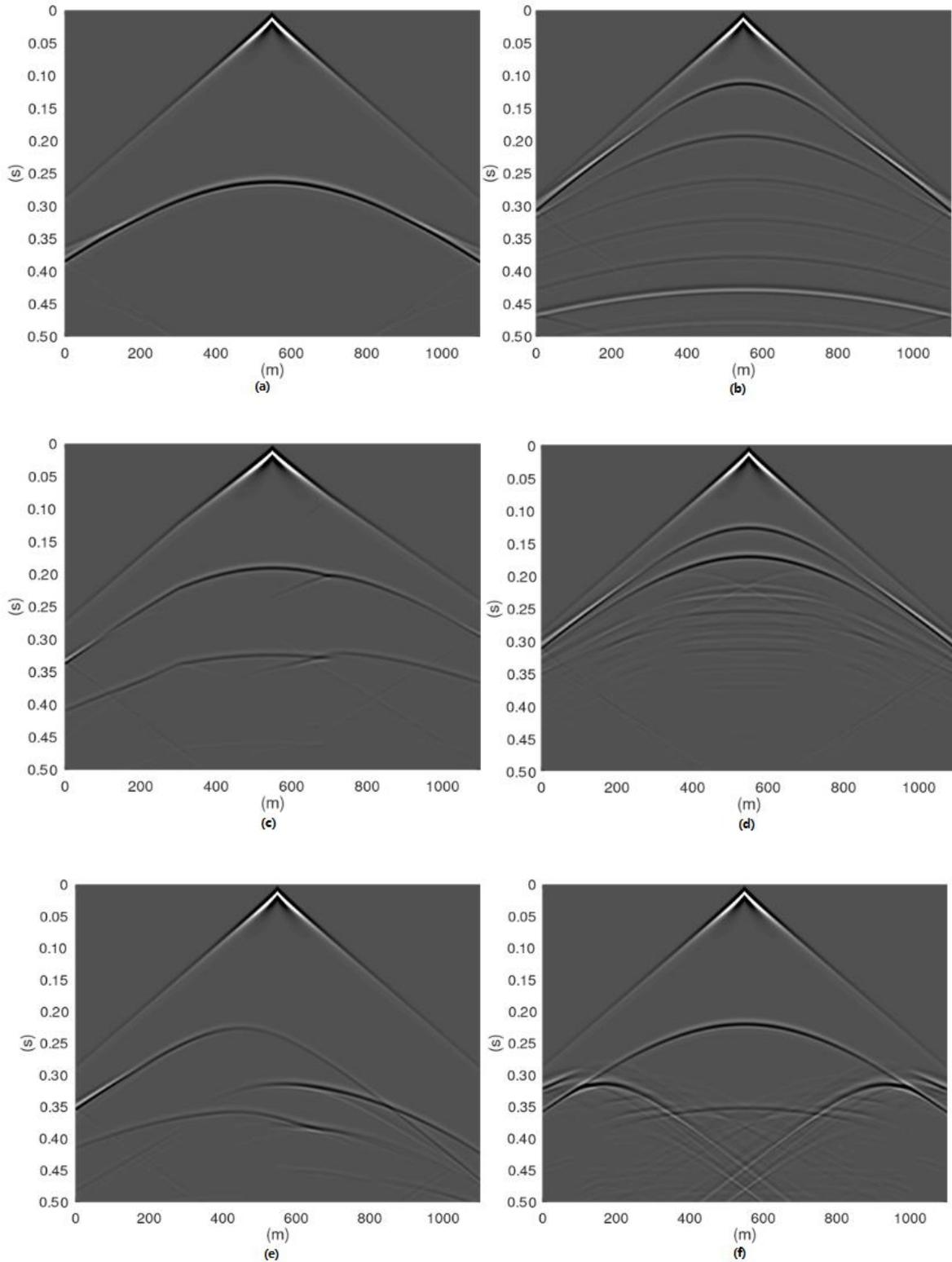


Figura 26 - Sismogramas sintéticos referentes aos seis modelos sísmicos. (a)  $M_I$ , (b)  $M_{II}$ , (c)  $M_{III}$ , (d)  $M_{IV}$ , (e)  $M_V$  e (f)  $M_{VI}$

Na Figura 26c pode-se observar a forma principal de duas ondas refletidas, sendo que nessas duas formas duas outras informações de ondas refletidas podem ser observadas. A forma principal das duas ondas refletidas se deve ao fato de que o

domínio foi dividido em três camadas, com a velocidade da onda P aumentando de cima para baixo. E, as outras duas ondas refletidas que se encontram nas ondas refletidas principais se devem ao fato de que houve outra divisão do domínio com a velocidade aumentando da esquerda para a direita.

Os sismogramas mostrados na Figura 24d e Figura 26f capturam as principais características das ondas refletidas pelo meio. Em particular, a presença da bacia geológica presente no sismograma da Figura 26f.